

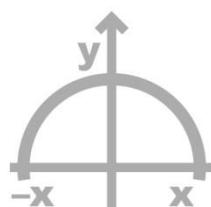
פיזיקה 1 מ




$$\sqrt{2}$$
A diagram on a white background showing a right-angled triangle with legs of length 1 and a hypotenuse of length $\sqrt{2}$.




$$\{\sqrt{x}\}^2$$
A diagram on an orange background showing the mathematical expression $\{\sqrt{x}\}^2$.



תוכן העניינים

1	1.	מבוא מתמטי -
14	2.	וקטוריים -
37	3.	קינטיקה -
60	4.	תנועה יחסית -
67	5.	динמיקה - חוקי ניוטון.
85	6.	כוח גראר וכוח ציפה -
91	7.	תנועה מעגלית -
108	8.	כוחות מודומים (עקרון דלאמבר) -
119	9.	עבודה ואנרגיה -
140	10.	מתך ותנע -
158	11.	מסה משתנה -
168	12.	מרכז מסה -
174	13.	מומנט התמד -
175	14.	מומנט כוח -
184	15.	תנע זוויתי -
189	16.	גוף קשיח -
203	17.	תנועה הרמוניית -
221	18.	תרגילים ברמת מבחן -

פיזיקה 1 מ

פרק 1 - מבוא מתמטי -

תוכן העניינים

1	1. מעברי ייחidot
3	2. סינוס קוסינוס ומה שביניהם
7	3. צפיפות
8	4. נגזרות וaintegrals בסיסיים

מעברי יחידות:

שאלות:

1) דוגמה 1

נתון : $A = 2\text{km}$, $B = 10\text{gr}$
מצא את $C = A \cdot B \cdot m \cdot k \cdot s$ ביחידות של

2) דוגמה 2

נתון : $A = 2\text{m}^2$, $B = 3\text{gr}$, $C = 5\text{c.m.s}$
חשב את הגודלים הבאים ביחידות של s.m.k.s :

$$\text{א. } D = 2 \cdot A$$

$$\text{ב. } E = \frac{5 \cdot B \cdot C}{A}$$

3) מעבר יחידות בחזקות

מצא את הגודלים הבאים ביחידות של ס"מ :

$$\text{א. } A = 1\text{m}^2$$

$$\text{ב. } B = 1\text{m}^3$$

4) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכיכים הניל ביחידות של c.m^3 :

$$\text{א. } 5.2\text{m}^3$$

$$\text{ב. } 320\text{mm}^3$$

$$\text{ג. } 0.0054\text{km}^3$$

5) ליטר, דוגמה

הבע את הגודלים הבאים ב- Liter :

$$\text{א. } 5\text{m}^3$$

$$\text{ב. } 5\text{mm}^3$$

תשובות סופיות:

$$20\text{m} \cdot \text{kg} \quad \text{(1)}$$

$$37.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{sec} \cdot \text{kg}}{\text{m}} \quad \text{ב.} \quad 4\text{m}^2 \cdot \text{N} \quad \text{(2)}$$

$$10^6 \text{cm}^3 \quad \text{ב.} \quad 10^4 \text{cm}^2 \cdot \text{N} \quad \text{(3)}$$

$$5.4 \cdot 10^{12} \text{cm}^3 \cdot \text{ג.} \quad 0.32\text{cm}^3 \cdot \text{ב.} \quad 5.2 \cdot 10^6 \text{cm}^3 \cdot \text{א.} \quad \text{(4)}$$

$$5 \cdot 10^{-6} \text{Liter} \quad \text{ב.} \quad 5 \cdot 10^3 \text{Liter} \cdot \text{א.} \quad \text{(5)}$$

סינוס קוסינוס ומה שביניהם:

רקע

במשולש ישר זווית:

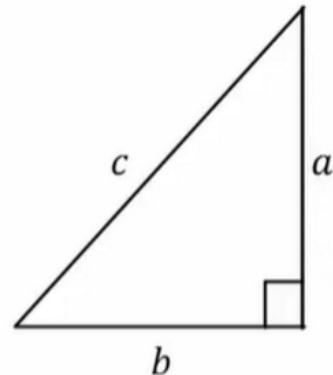
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{לייד ניצב}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$



משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

זהויות:

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$	
$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$	
$\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$	
$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$-\alpha$
$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$	
$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	2α
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	

סיכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

ערכיהם שווה לזכור:

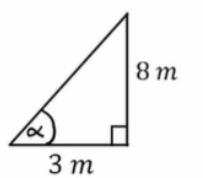
הزاوية והפונקציה	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	לא מוגדר

פתרונות עבור:

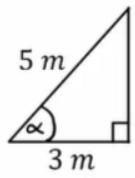
$x_1 = \alpha + 2\pi k$ $x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_1 = \alpha + 2\pi k$ $x_2 = -\alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

שאלות:**1) דוגמה 1- חישוב אלפא**

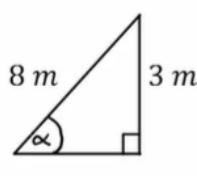
חשב את הזווית אלפא במקיריים הבאים:



ג.



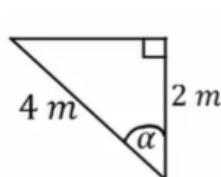
ב.



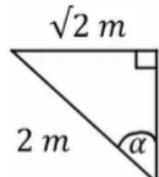
א.

2) דוגמה 2- מושולשים משורטטים אחרה

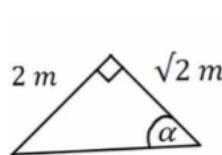
חשב את הזווית אלפא במקיריים הבאים:



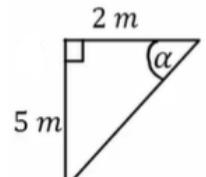
ב.



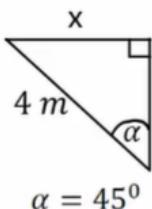
א.



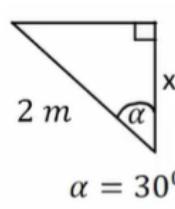
ג.



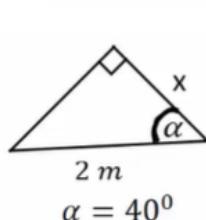
ד.

3) דוגמה-2- מציאת ניצבים

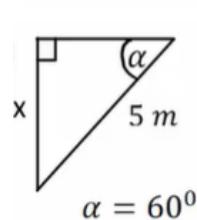
ב.



א.



ג.



ד.

תשובות סופיות:

(1) א. $\alpha = 69^\circ$ ב. $\alpha = 53^\circ$ ג. $\alpha = 22^\circ$

(2) א. $\alpha = 55^\circ$ ב. $\alpha = 68.2^\circ$ ג. $\alpha = 60^\circ$ ד. $\alpha = 45^\circ$

(3) א. $1.53m$ ב. $\frac{5\sqrt{3}m}{2}$ ג. $2\sqrt{2}m$ ד. $\sqrt{3}m$

צפיפות:

שאלות:

1) דיסקה עם חור

- א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס R ומסה M ?
- ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r .
- מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

תשובות סופיות:

$$\text{ב. } M \left(\frac{r}{R} \right)^2 \quad \text{א. } \frac{M}{\pi R^2} \quad (1)$$

נגזרות ואינטגרלים בסיסיים:

פרק

נגזרות:

הנגזרת נותנת את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה כלשהיא.

אם y היא פונקציה של x אז הסימן של הנגזרת של y לפי x הוא $\frac{dy}{dx}$ או y' .

נגזרת של פולינום:

$$y(x) = x^n \rightarrow y'(x) = nx^{n-1}$$

כפל בקבוע אפשר להוציא מהנגזרת:

$$(Ay(x))' = Ay'(x)$$

נגזרת של מכפלה:

$$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

כלל שרשרת:

אם u היא פונקציה של x ו- x הוא פונקציה של t אז :

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

נגזרות של פונקציות נוספות:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2} ; \quad \frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x ; \quad \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x ; \quad \frac{d}{dx}(\ln(x)) = \frac{1}{x}$$

אינטגרל:

פעולה הפוכה לנגזרת.

אינטגרל של פולינום

$$\int A x^n \, dx = A \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

אינטגרל לא מסוים, מוסיפים קבוע להתוצאה האינטגרל.
אינטגרל מסוים, מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל.

$$\int_a^b x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

מה עושה האינטגרל?

האינטגרל מבצע סכימה על ערכי הפונקציה.
האינטגרל נותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה.

שאלות:**1) דוגמה 1**

חשב את הנגזרות הבאות :

$$y = 5x^4, \frac{dy}{dx} = ? . \text{א}$$

$$y = ax^5, \frac{dy}{dx} = ? . \text{ב}$$

$$y = 5x + 2x^{18}, \frac{dy}{dx} = ? . \text{ג}$$

$$f(x) = 8x^2 + 2, \frac{df}{dx} = ? . \text{ד}$$

$$y = 6t^2, \frac{dy}{dt} = ? . \text{ה}$$

$$x = 5t^3, \frac{dx}{dt} = ? . \text{ו}$$

$$x = 5t^4 + t^3 + 4, \frac{dx}{dt} = ? . \text{ז}$$

$$f(t) = At^6 + Bt + C, \frac{df}{dt} = ? . \text{ח}$$

2) דוגמא 2

חשב את הנגזרות הבאות :

$$y = (5x^4 + 2)(5x + 2x^{18}), \frac{dy}{dx} = ? . \text{א}$$

$$y = Ax^5(B + Cx^3), \frac{dy}{dx} = ? . \text{ב}$$

$$y = 5x + 2x^2(4x + 5x^5), \frac{dy}{dx} = ? . \text{ג}$$

$$y = (5t^2 + 1)(2t + 27 + 5t^3), \frac{dy}{dt} = ? . \text{ד}$$

$$x = (2t^3 + 7)(4t + 3 + 6t^2), \frac{dy}{dt} = ? . \text{ה}$$

(3) דוגמא 3-נגזרת פנימית

חשב את הנגזרות הבאות:

$$y = (x+2)^4, \frac{dy}{dx} = ? . \text{א.}$$

$$y = 5(8x^2 + x)^5, \frac{dy}{dx} = ? . \text{ב.}$$

$$y = 5t + 2(5t^4 + 4)^{14}, \frac{dy}{dx} = ? . \text{ג.}$$

$$f(t) = 8(5t^4 + t^3 + 4)^2 + 2, \frac{df}{dt} = ? . \text{ד.}$$

(4) דוגמה 4-כלל שרשרת

חשב את הנגזרות הבאות:

$$y = (x+2)^4, x = 2t, \frac{dy}{dt} = ? . \text{א.}$$

$$y = 5(8x^2 + x)^5, x = 5t^4 + 4, \frac{dy}{dt} = ? . \text{ב.}$$

$$y = 5x + 2(5x^4 + 4)^{14}, x = 3t^2 + t, \frac{dy}{dt} = ? . \text{ג.}$$

$$y = x^2, x = t^2, \frac{dy}{dt} = ? . \text{ד.}$$

(5) דוגמה 5-נגזרות של פונקציות נוספות

מצאו את הנגזרות של הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } y = \sin(ax) \text{ כאשר } a \text{ קבוע.}$$

$$\text{ב. } y = e^{-x^2}$$

(6) דוגמה 1-אינטגרלים בסיסיים

חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int x^7 dx$$

$$\text{ב. } \int x dx$$

$$\text{ג. } \int dx$$

$$\text{ד. } \int 3dx$$

$$\text{ה. } \int 7x^4 dx$$

$$\text{ו. } \int (5x^2 + 3) dx$$

$$\int (8x^7 + 5x)dx \quad \text{ג.}$$

$$\int Ax^7 dx \quad \text{ח.}$$

$$\int (Ax^7 + Bx)dx \quad \text{ט.}$$

7) דוגמה 2- אינטגרל מסוים

חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int_0^2 x^5 dx \quad \text{א.}$$

$$\int_1^5 4dx \quad \text{ב.}$$

$$\int_{-1}^3 7x^4 dx \quad \text{ג.}$$

$$\int_0^4 (2x^2 + 4)dx \quad \text{ד.}$$

$$\int_{-1}^2 (Ax^7 + Bx)dx \quad \text{ה.}$$

8) דוגמה 3- אינטגרל של פונקציות נוספות

חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int_0^\pi \sin x dx \quad \text{א.}$$

$$\int_0^\pi \cos(2x) dx \quad \text{ב.}$$

$$\int e^{3x} dx \quad \text{ג.}$$

$$\int_0^5 2e^{-3x} dx \quad \text{ד.}$$

$$\int_3^5 \frac{1}{x} dx \quad \text{ה.}$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx \quad \text{ו.}$$

$$\int e^{ax} dx \quad \text{ז.}$$

תשובות סופיות:

$$12 \cdot t \cdot \text{ה} \quad 16x \cdot \text{ט} \quad 5 + 36x^{17} \cdot \text{ג} \quad 5a \cdot x^4 \cdot \text{ב} \cdot 20x^3 \cdot \text{א} \quad \text{(1)}$$

$$6At^5 + B \cdot \text{ח} \quad 20t^3 + 3t^2 \cdot \text{ז} \quad 15t^2 \cdot \text{ו}$$

$$5Ax^4(B + Cx^3) + 3ACx^7 \cdot \text{ב} \quad 20x^3 \cdot (5x + 2x^{18}) + (5x^4 + 2)(5 + 36x^{17}) \cdot \text{א} \quad \text{(2)}$$

$$5 + 4x \cdot (4x + 5x^5) + 2x^2(4 + 25x^4) \cdot \text{ג}$$

$$(10t)(2t + 27 + 5t^3) + (5t^2 + 1)(2 + 0 + 15t^2) \cdot \text{ט}$$

$$(6t^2 + 0)(4t + 3 + 6t^2) + (2t^3 + 7)(4 + 0 + 12t) \cdot \text{ה}$$

$$5 + 560t^3(5t^4 + 4)^{13} \cdot \text{ג} \quad 25(8x^2 + x)^4(16x + 1) \cdot \text{ב} \cdot 4(x + 2)^3 \cdot 1 \cdot \text{א} \quad \text{(3)}$$

$$16(5t^4 + t^3 + 4)(20t^3 + 3t^2) \cdot \text{ט}$$

$$500t^3 \left(8(5t^4 + 4)^2 + 5t^4 + 4 \right) \cdot (16(5t^4 + 4) + 1) \cdot \text{ב} \quad 8(2t + 2)^3 \cdot \text{א} \quad \text{(4)}$$

$$4t^3 \cdot \text{ט} \quad \left(5 + 2 \cdot 14(5x^4 + 4)^{13} \cdot (5 \cdot 4x^3 + 0) \right) \cdot (3 + 2t + 1) \cdot \text{ג}$$

$$e^{-x^2} \cdot (-2x) \cdot \text{ב} \quad \cos(ax) \cdot a \cdot \text{א} \quad \text{(5)}$$

$$\frac{7x^5}{5} + C \cdot \text{ה} \quad 3x \cdot \text{ט} \quad x + C \cdot \text{ג} \quad \frac{x^2}{2} + C \cdot \text{ב} \quad \frac{x^8}{8} + C \cdot \text{א} \quad \text{(6)}$$

$$A \frac{x^8}{8} + B \frac{x^2}{2} + C \cdot \text{ט} \quad A \cdot \frac{x^8}{8} + C \cdot \text{ח} \quad x^8 + \frac{5}{2}x^2 + C \cdot \text{ז} \quad \cdot \text{ו}$$

$$31.875A + 1.5B \cdot \text{ה} \quad 58.67 \cdot \text{ט} \quad 341.6 \cdot \text{ג} \quad 16 \cdot \text{ב} \quad 10.67 \cdot \text{א} \quad \text{(7)}$$

$$\ln\left(\frac{5}{3}\right) \cdot \text{ח} \quad \frac{2}{3} \cdot \text{ט} \quad \frac{e^{3x}}{3} + C \cdot \text{ג} \quad 0 \cdot \text{ב} \quad 2 \cdot \text{א} \quad \text{(8)}$$

$$\frac{e^{ax}}{a} \cdot \text{ז} \quad -\frac{1}{x} + C \cdot \text{ו}$$

פיזיקה 1 מ

פרק 2 - וקטורים-

תוכן העניינים

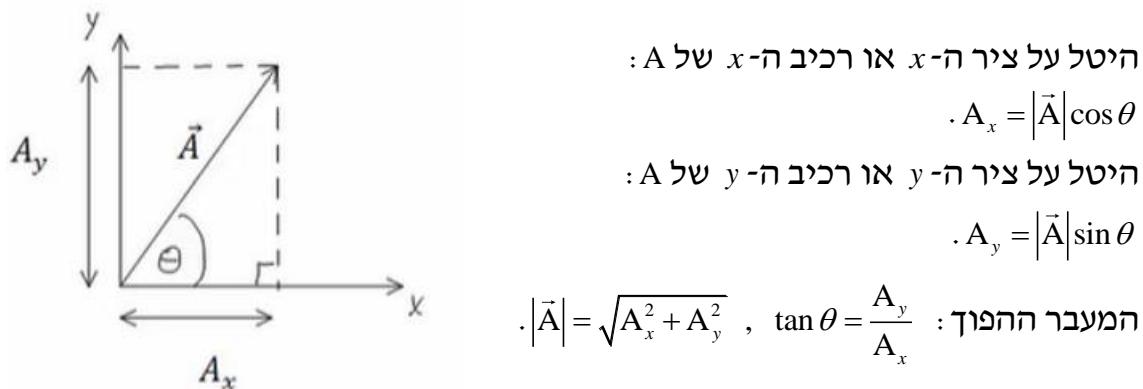
14	1. הגדרות ופעולות בסיסיות
18	2. מכפלה סקלרית
23	3. וקטור יחידה
25	4. -----
27	5. וקטור בשלושה מימדים
30	6. מכפלה וקטוריית בשלושה מימדים
34	7. וקטורים קולינריים
35	8. גרדיאנט ורוטור

הגדירות ופעולות בסיסיות:

רקע:

הציג וקטור באמצעות גודל וכיוון נקראת הצגה פולרית.
הציג וקטור באמצעות רכיבי ה- x וה- y נקראת הצגה קרטזית.

פירוק וקטור לרכיבים:



כפל בסקלר:

$$\vec{B} = \alpha \vec{A} = \alpha (A_x, A_y) = (\alpha A_x, \alpha A_y)$$

שאלות:**(1) חיבור וחיסור בקרטזי**

- נתונים שלושה וקטורים: $\vec{A}(1,3)$, $\vec{B}(4,2)$, $\vec{C}(3,5)$.
- חשבו את: $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$.
 - חשבו את: $\vec{A} - \vec{B} - \vec{C}$.
 - חשבו את: $2\vec{A} + 3\vec{B} - 4\vec{C}$.

(2) חיבור וקטוריים בפולרי

נתונים שני וקטורים בהצגה הפולרית:

- הוקטור \vec{A} שגודלו 10 והזווית שלו עם ציר ה- x היא 30° .
- הוקטור \vec{B} שגודלו 8 והזווית שלו עם ציר ה- x היא 60° .
- מצאו את $\vec{A} + \vec{B}$.

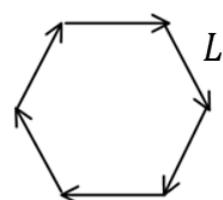
(3) עוד חיבור בפולרי

נתונים שני וקטורים:

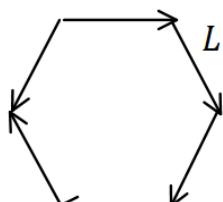
- הוקטור \vec{A} שגודלו 10 וכיונו 30° ,
- הוקטור \vec{B} שגודלו לא ידוע וכיונו 350° .
- מהו גודלו של הוקטור \vec{B} אם נתון שסכום הוקטוריים ניתן וקטור ללא רכיב בציר ה- y ?

(4) משואה של וקטורים

- שישה וקטורים בגודל L כל אחד יוצרים משואה שווה צלעות.
- מצאו את הוקטור השකול (גודל וכיון) בכל אחד מהמקרים הבאים:
- .א.



.ב.



5) וקטור בין שתי נקודות

הוקטור \vec{A} הוא וקטור מהנקודה (x_1, y_1, z_1) אל הנקודה (x_2, y_2, z_2) .
רשות ביטוי לרכיבים של הוקטור וממצא את גודלו.

6) חיבור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים \vec{A} ו- \vec{B} .
גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_A = 130^\circ$.
גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא: $\theta_B = 60^\circ$.
שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את $\vec{B} + \vec{A}$ באמצעות שיטת המקבילית.

7) חיסור באמצעות מקבילית

נתונים הוקטורים \vec{A} ו- \vec{B} .
גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא $\theta_A = 130^\circ$.
גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- x החיובי היא $\theta_B = 60^\circ$.
שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את $\vec{B} - \vec{A}$ באמצעות שיטת המקבילית.

8) מציאת אורך של שקל

אורכם של שני וקטורים הוא 5 ו-10 ס"מ.
הזווית ביניהם היא 30 מעלות.
מהו אורכו של הוקטור השקול שלהם (סכום הוקטורים)?

9) מציאת זווית בין שני וקטוריים

נתונים שני וקטוריים שאורכם 10 ו-13 מטר.
אורך השקל שלהם הוא 20 מטר.
מציאת הזווית בין הוקטוריים.

תשובות סופיות:

ג. $(2, -8)$ ב. $(-6, -4)$ א. $(8, 10)$ **(1**

$(12.7, 11.9)$ **(2**

28.8 **(3**

$L \cdot 4 \cos(30)$ **(4**

$|\vec{A}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}, \vec{A} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$ **(5**

$C=10.1, \theta_c=108.1^\circ$ **(6**

$C=7.62, \theta_c=159.5^\circ$ **(7**

$|\vec{a}| = 14.6 \text{c.m}$ **(8**

$\theta = 60^\circ$ **(9**

מכפלה סקלרית:

רעיון:

שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הווקטורים.

תכונות המכפלה:

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפשר (זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים)

- מכפלה סקלרית של וקטור בעצמו נותנת את גודל הווקטור בריבוע

- פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

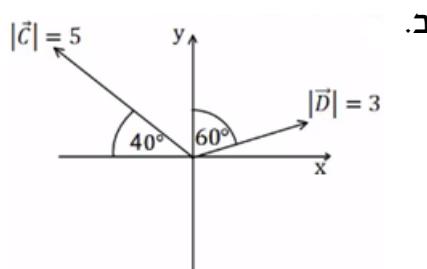
נוסחה למציאת זווית בין שני וקטורים:

שאלות:

1) דוגמה 1

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הווקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א. $\vec{A} = (-1, 2), \vec{B} = (2, 2)$



2) דוגמה 2

בדוק עבור זוגות הוקטוריים הבאים האם הם מאונכים:

א. $\vec{A} = (1, 4)$, $\vec{B} = (-2, 5)$

ב. $\vec{A} = (1, 4)$, $\vec{B} = (8, -2)$

ג. $\vec{A} = (-1, -2)$, $\vec{B} = (-2, 1)$

- ד. שרטט כל זוג וקטוריים מאונכים על מערכת צירים, חשב את זוויות הוקטוריים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטוריים היא 90° .

3) דוגמה 3

נתונים הוקטוריים הבאים: $\vec{A} = (-3, 1)$, $\vec{B} = (2, -4)$

- א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות החצאות הקרטזיות הנתונות.
- ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.
- ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקושינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

4) דוגמה 4

נתונים הוקטוריים הבאים: $\vec{A} = (-3, 1)$, $\vec{B} = (2, -4)$

א. הראה כי החישוב של $\vec{B} \cdot \vec{A}$ זהה לחישוב $\vec{A} \cdot \vec{B}$.

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית.

(הדריכה: רשום את הוקטוריים בצורה כללית עם נעלמים).

5) דוגמה 5

נתונים הוקטוריים הבאים: $\vec{A} = (2, 1)$, $\vec{B} = (-3, 2)$, $\vec{C} = (1, -3)$

חשב את:

א. $\vec{A} \cdot \vec{C}$

ב. $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ג. $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C}$

ד. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ה. $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

ו. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B}$

ז. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

6) דוגמה 6

נתונים הווקטורים הבאים : $\vec{A} = (-2, 2)$, $\vec{B} = (1, -3)$, $\vec{C} = (1, 5)$.
חשב את :

$$\frac{(\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{B}}{|\vec{B}|^2} . \text{ א.}$$

$$\frac{(\vec{B} \cdot \vec{C})\vec{C}}{|\vec{C}|^2} . \text{ ב.}$$

7) דוגמה 7

נתונים הווקטורים הבאים : $\vec{A} = (-2, 2)$, $\vec{B} = (1, -3)$, $\vec{C} = (1, 5)$.
מצא את הזווית בין \vec{A} ל- \vec{B} לבין \vec{B} ל- \vec{C} .

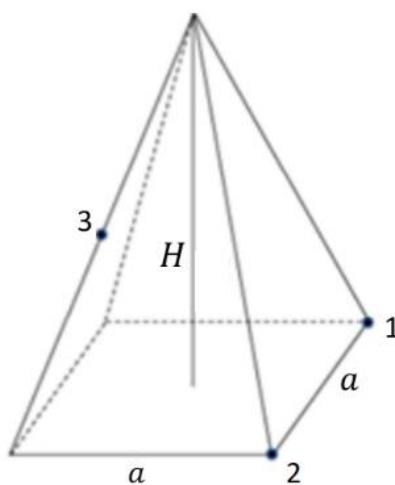
8) פירמידה משוכללת*

באיור מתוארת פירמידה משוכללת שבבסיסה ריבוע בעל אורך צלע a וגובהה $H = 2a$. נקודה 3 נמצאת במרכז הצלע שבין הפינה לקודקוד. נגידיר שני ווקטורים :

הווקטור \vec{A} יוצא מנקודה 1 לנקודה 2.

הווקטור \vec{B} יוצא מנקודה 1 לנקודה 3.

מהי הזווית בין שני הווקטורים?



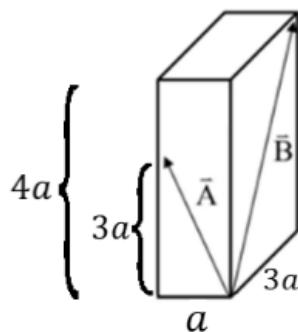
9) היטלים של וקטורים בתוך תיבה

נתונה תיבה בעלת אורך צלעות : a , $3a$ ו- $4a$. נגידר שני וקטורים : \vec{A} ו- \vec{B} כמתואר באירור.

א. מהו היחס בין ההיטל של \vec{A} על הכיוון של \vec{B} (נסמןו - A_B) להיטל של \vec{B}

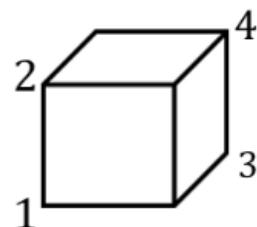
$$\text{על הכיוון של } \vec{A} \text{ (נסמןו - } B_A), ? \quad \frac{A_B}{B_A}$$

ב. חשבו את הזווית בין \vec{A} ל- \vec{B} .

**10) היטל של אלכסון על אלכסון בקובייה**

נתונה קובייה בעלת אורך צלע a , ראו איור.

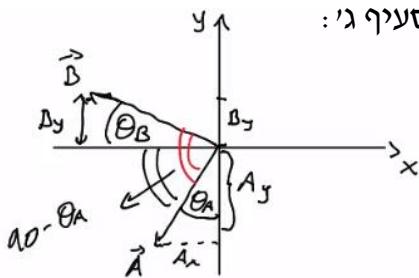
מהו ההיטל של הווקטור המצביע מפינה 1 לפינה 4 על הציר המוגדר על ידי
הכיוון מפינה 3 לפינה 2.



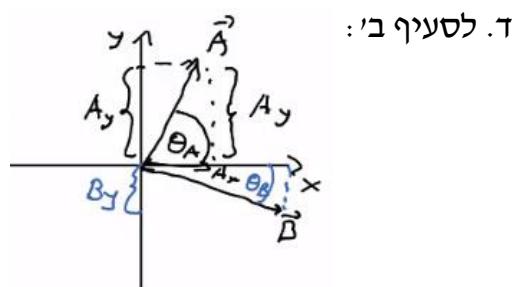
תשובות סופיות:

ב. $\vec{C} \cdot \vec{D} = -5.13$ א. $\vec{A} \cdot \vec{B} = 2$ (1)

- ג. הוקטורים מאונכים.
ב. הוקטורים מאונכים.
א. \vec{A} לא מאונך ל- \vec{B} .



לסעיף ג':



לסעיף ב':

. $\theta_A = 26.57^\circ, \theta_B = 26.57^\circ$

. $\theta_A = 75.96^\circ, \theta_B = 14.04^\circ$

ב. $|\vec{B}| = \sqrt{20}, \theta_B = -63.43^\circ, |\vec{A}| = \sqrt{10}, \theta_A = 161.57^\circ$ א. $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$ (3)

א. $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$

ב. שאלת הוכחה.

א. שאלת הוכחה. (4)

ג. $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C} = -10$

ב. $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C} = -10$

א. $\vec{A} \cdot \vec{C} = -1$ (5)

ה. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B} = (12, -8)$ ו. $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = (-18, -9)$ ז. $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} = (-4, 12)$ ט.

(ז) $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = 36$

ב. $\frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2} = (-0.54, -2.69)$ ז. $\frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2} = \left(\frac{-8}{10}, \frac{24}{10} \right)$ נ. (6)

א. $\alpha_{\vec{B}\vec{C}} = 150.26^\circ, \alpha_{\vec{A}\vec{B}} = 153.43^\circ$ (7)

ב. 40.6° ג. 59° (8)

ז. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ נ. (9)

א. $-\frac{a}{\sqrt{3}}$ (10)

וקטור ייחידה:

רקע:

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{\vec{\mathbf{A}}}{|\vec{\mathbf{A}}|}$$

שאלות:

1) דוגמה וקטור ייחידה

מצא וקטורי ייחידה בכיוון של הוקטוריים הבאים :

א. $\vec{\mathbf{A}} = (-2, -3)$

ב. $\vec{\mathbf{B}} = (3, 4)$

2) הטלת וקטור ייחידה על וקטור ייחידה

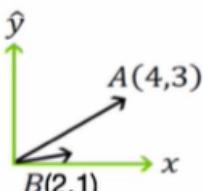
נתון וקטור $\vec{\mathbf{A}}$ שבסרטוט.

א. מהו היטל הווקטור על ציר ה- x (וקטור ייחידה)?

ב. מהו היטל הווקטור על ציר ה- y (וקטור ייחידה)?

ג. הסבר כיצד מחשבים היטל הווקטור על הווקטור $\vec{\mathbf{B}} = (2, 1)$.

ד. הסבר במילים את משמעותה של הטלה של וקטור על וקטור.



3) וקטור בזמן

נתון וקטור $\vec{\mathbf{A}}(t)$ במישור דו מימדי כך ש- $\vec{\mathbf{A}}(t) = A_0 \sin(\theta(t)) \mathbf{i} + A_0 \cos(\theta(t)) \mathbf{j}$

א. מצא את $\theta(t)$ כאשר $t \in [0, \pi]$ ו- A_0 קבוע.

ב. מצא את הרכיבים הקרטזיאנים של $\vec{\mathbf{A}}(t)$ כתלות בזמן.

ג. מצא את $\frac{d\vec{\mathbf{A}}}{dt}$.

ד. מצא את $\frac{d\vec{\mathbf{A}}^u}{dt}$.

תשובות סופיות:

$$\hat{\mathbf{B}} = (0.6, 0.8) \text{ נ. ב.} \quad \hat{\mathbf{A}} = (-0.55, -0.83) \text{ נ. א.} \quad (1)$$

$$\text{ג. ראה סרטון} \quad \overset{\mathbf{I}}{\hat{\mathbf{A}}}_{\hat{y}} = (0, 3) \text{ נ. ב.} \quad \overset{\mathbf{I}}{\hat{\mathbf{A}}}_{\hat{x}} = (4, 0) \text{ נ. א.} \quad (2)$$

$$\mathbf{A}_0 (\cos 2t\hat{x} + \sin 2t\hat{y}) \text{ נ. ב.} \quad \mathbf{A}_x(t) = \frac{1}{2} \mathbf{A}_0 \sin 2t, \mathbf{A}_y(t) = \mathbf{A}_0 \sin^2 t \text{ נ. א.} \quad (3)$$

$$-\sin t\hat{x} + \cos t\hat{y} \text{ נ. ג.}$$

מכפלה וקטוריית בדו מימד:

רקע:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z}$$

הערות :

התוצאה של המכפלה הוקטורית היא תמיד וקטור (בניגוד לסקלרית).

נוסחה נוספת לגודל של המכפלה הוקטורית:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \sin \alpha$$

α - זווית הקטנה בין \vec{A} ל- \vec{B} .

שאלות:

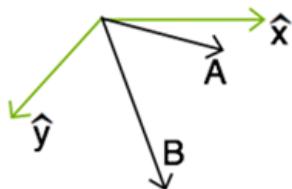
1) דוגמה-מכפלה וקטוריית

נתונים הווקטורים הבאים: $\vec{A} = (-4, 1)$, $\vec{B} = (2, -3)$.

א. חשב את $\vec{B} \times \vec{A}$ באמצעות החצאות הקרטזיות הנתונות.
מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. חשב את $|\vec{A} \times \vec{B}|$ שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדים בסינוס הזווית. (בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א).



2) מכפלה סקלרית ווקטורית בפולרי

נתונה מערכת צירים כבשרות.

נתונים שני וקטורים:

גודל 10, זווית 20 - \vec{A} .

גודל 15, זווית 60 - \vec{B} .

א. חשב $B \cdot A$ (מכפלה סקלרית).

ב. חשב $B \times A$ (מכפלה וקטוריית).

ג. הסבר מדוע המכפלה הוקטורית נותנת את שטח המקבילות שיוצרים הווקטורים.

תשובות סופיות:

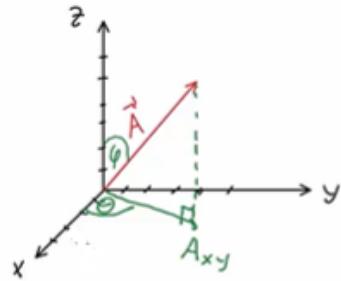
$$\text{. } |\vec{A} \times \vec{B}| = 10 \text{ וכנ } \vec{A} \times \vec{B} = 10\hat{z} \text{ . } \text{ (1)}$$

$$\text{. } |\vec{A} \times \vec{B}| = 10 \text{ ג. } |\vec{A}| = \sqrt{17}, \theta_A = 165.96^\circ, |\vec{B}| = \sqrt{13}, \theta_B = -56.31^\circ \text{ ב.}$$

$$\text{. } \vec{A} \times \vec{B} = -150 \cdot \sin(40) \cdot \hat{z} \text{ ג. ראה סרטוון. } \vec{A} \cdot \vec{B} = 150 \cdot \cos(40) \text{ א. } \text{ (2)}$$

וקטור בשלושה ממדים:

רקע:



$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

מציאת גודל הוקטור :

$$\cdot |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

פירוק לרכיבים :

$$\cdot A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$$

$$\cdot A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$$

$$\cdot A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$$

$$\cdot A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

שאלות:**1) חישוב וקטור יחידה**נתון הווקטור: $\vec{A}(2,3,4)$.

- א. מהו גודלו של הווקטור?
 ב. מהו וקטור היחידה של הווקטור \vec{A} ?

2) חישוב גודל זווית בקרטזינתונים שני וקטורים: $\vec{A}(1,5,10)$, $\vec{B}(3,4,5)$.

- א. מהו גודלו של כל וקטור?
 ב. מהי הזווית בין שני הווקטורים?

3) מציאת שקל וזווית עם הציריםשני כוחות נתוניים פועלים על גוף: $\vec{A}(1,4,5)$, $\vec{B}(3,6,7)$.

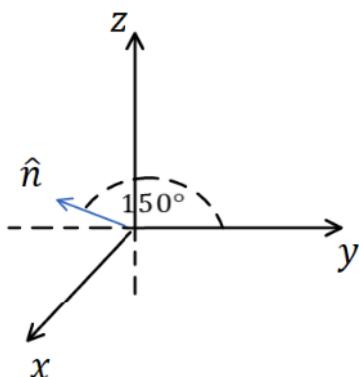
- א. מהו הכוח השקל?
 ב. מהו גודלו של הכוח השקל?
 ג. מהי הזווית בין הכוח השקל ובין כל אחד מהצירים?

4) וקטור בזווית 30° עם ציר Y - ספיר אפק מעבראילו מהו וקטוריים הבאים נמצא בזווית של 30° מכך?

$$\vec{A} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad \vec{B} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, 1 \right) \quad \vec{C} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

5) היטל של A על 150° מעלה מכך yנתון הווקטור: $\vec{A} = \hat{x} + \sqrt{3}\hat{y} + 6\hat{z}$.

מהו ההיטל של הווקטור \vec{A} על ציר \hat{n}
 הנמצא במשור z-y וכיוונו החיובי
 מסובב בזווית של 150° מכך y נגד
 כיוון השעון?



6) שהסכום מאונך להפרש

הוכח- אם סכום של שני וקטורים מאונך להפרש אזי אורכם שווה.

7) מציאת וקטור מאונך

נתונים 2 וקטורים : $\vec{A}(1,4,8)$, $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$

מצא את מרכיבי וקטור B אם נתון כי הוא ניצב לוקטור A וגודלו 10.

תשובות סופיות:

$$\hat{A} = \left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{4}{\sqrt{29}} \right) . \quad \text{ב.} \quad |A| = \sqrt{29} . \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\alpha = 23^\circ . \quad \text{ב.} \quad |\vec{A}| = \sqrt{126} , \quad |\vec{B}| = \sqrt{50} . \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\alpha = 75.63 , \beta = 51.67 , \gamma = 41.90 . \quad \text{ג.} \quad |C| = \sqrt{260} . \quad \text{ב.} \quad \vec{C} = (4,10,12) . \quad \text{א.} \quad (3)$$

הוקטור C. **(4)**

1.5 **(5)**

שאלת הוכחה. **(6)**

$$\vec{B} = \left(-4\sqrt{\frac{100}{17}}, \sqrt{\frac{100}{17}}, 0 \right) \quad (7)$$

מכפלה וקטורית בשלושה ממדים:

רקע:

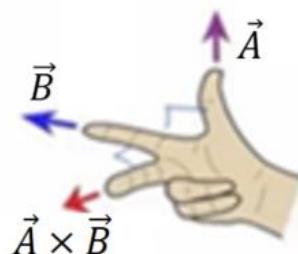
שתי דרכים לביצוע המכפלה:

דרך 1 – דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד:
גודל המכפלה - $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$

כיוון לפי כלל יד ימין -



יש כמה דרכים לבצע את הכלל, אם מחליפים אצבעות לכל שלושת הוקטוריים הכלל נשאר נכון (אם מחליפים מקום רק לשני וקטוריים – טעות).

דרך נוספת ל כלל יד ימין נקראת כלל הבורג



מסובבים את האצבעות מ- \vec{A} ל- \vec{B} והתוצאה בכיוון האגדול.

שאלות:**1) דוגמה - דטרמיננטה**

נתונים הוקטורים הבאים :

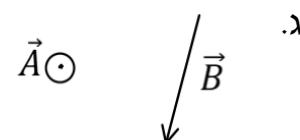
$$\vec{A}(-1,2,-2), \vec{B}(2,0,1)$$

חשבו את $\vec{A} \times \vec{B}$.**2) דוגמה - כלל יד ימין**מצאו את $\vec{B} \times \vec{A}$ במקרים הבאים :

ב.

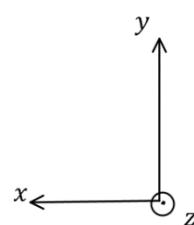
$$\vec{B} \otimes$$

$$\xrightarrow{\vec{A}}$$

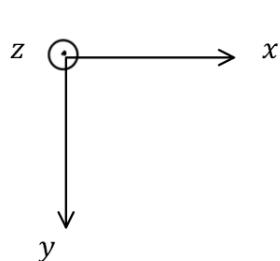
**3) דוגמה - מערכות ציריים**

בדקו האם המערכות הבאות הן ימניות או שמאליות :

א.



ב.



4) דוגמה - כלל הבורגמצאו את $\vec{B} \times \vec{A}$ באמצעות כלל הבורג:

$$\vec{B} \quad \begin{cases} \vec{A} \\ \downarrow \end{cases} \quad \text{א. ג}$$

$$\vec{B} \otimes \quad \text{ב. ע}$$

$$\xrightarrow{\vec{A}}$$

$$\vec{A} \odot \quad \begin{cases} \vec{B} \\ \downarrow \end{cases} \quad \text{ג.}$$

5) מקבילים

נתונים הוקטוריים הבאים: $\vec{a} = 2\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$, $\vec{b} = \hat{x} + 2\hat{y} - \hat{z}$, $\vec{c} = 2\hat{x} - \hat{y}$
 מרכיבים מהוקטוריים \vec{a} ו- \vec{b} מקבילות ובוחרים את ראשית הצירים בקודקוד
 המקבילית (הנח כל היחידות בס"מ).

א. מצאו את מיקומו של הקודקוד שמל回首 הראשית הצירים.

ב. מצאו את אורכי האלכסונים של המקבילית.

ג. מצאו את שטח המקבילית.

ד. יוצרים מקבילון על ידי הוספת הוקטור \vec{c} למקבילית.

חשבו את גובה המקבילון המאונך למקבילית.

רמז: השתמש ב- $\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$.

תשובות סופיות:

(1) $2\hat{x} - 3\hat{y} - 4\hat{z}$

(2) א. לתוך הדף

(3) א. שמאלית

(4) א. לתוך הדף

(5) א. $\vec{r}_1 = (3, -1, 0)$

ד. $\tilde{h} = 0.13 \text{ c.m.}$

ב. למעלה

ב. שמאלית

ב. למעלה

ב. $|\vec{r}_1| = \sqrt{10}, |\vec{r}_2| = \sqrt{30}$

ג.

ג.

$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{59} \text{ c.m}^2$

ג.

וקטוריים קולינריים:

ركע:

וקטוריים מקבילים ומתקיים הקשר $\vec{A} = \alpha \vec{B}$ כאשר α סקלר כלשהו.

שאלות:

1) וקטוריים קולינריים

עבור אילו ערכים של α ו- β הווקטוריים הבאים קולינריים
(מצביים באותו כיוון)?

$$\vec{A} = 3\hat{i} + a\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{B} = -2\hat{i} + a\hat{j} - 2\beta\hat{k}$$

2) מציאת וקטוריים מאונכים

נתונים הווקטוריים הבאים : $\vec{A}(A_x, 4)$, $\vec{B}(6, B_y)$, $\vec{C}(5, 8)$.
מצא את ערכי הווקטוריים כך שהוקטור A והוקטור B יהיו מאונכים לוקטור C.
האם שני הווקטוריים שמצאת מקבילים?

תשובות סופיות:

$$\alpha = -\frac{9}{2}, \beta = \frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\vec{A} = \left(-\frac{32}{5}, 4 \right), \vec{B} = \left(6, -\frac{30}{8} \right) \quad (2)$$

גרדיינט ורוטור:

רקע:

גרדיינט בקואורדינטות השונות:

$$\text{גרדיינט בקואורדינטות קרטזיות : } \vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$$

$$\text{גרדיינט בקואורדינטות גליליות : } \vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$$

$$\text{גרדיינט בקואורדינטות כדוריות (*) : } \vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{\varphi}$$

(*) שימושו לב שהזווית φ היא עם ציר ה- z והזווית θ עם ציר x .

רוטור (Rot/Curl) בקואורדינטות השונות:

בקרטזיות :

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות :

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*) :

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימושו לב שהזווית φ היא עם ציר ה- z והזווית θ עם ציר x .

שאלות:**1) חישוב גרדיאנט**

$$f(\vec{r}) = f(x, y, z) = \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} : \text{נתונה פונקציית המיקום } f$$

חשב את הגרדיאנט של הפונקציה f .

2) חישוב השיפוע בכיוון השונה

חשב את גודל השיפוע של הפונקציה $f(x, y) = 2x^2y$ בנקודה $(1, 2)$:

$$\hat{n} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) : \text{בכיוון:}$$

תשובות סופיות:

$$\vec{D}f = \frac{-xz\hat{x} - yz\hat{y} + (x^2 + y^2)\hat{z}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla}f \cdot \hat{n} = \frac{8}{\sqrt{2}} + -\frac{2}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

פיזיקה 1 מ

פרק 3 - קינמטיקה -

תוכן העניינים

1. תנועה בקו ישר (מייד אחד)	37
2. תנועה במשור וזריקה משופעת (בליסטיקה)	48
3. משוואת מסלול	52
4. תאוצה נורמלית ומשיקית ורדיווס עקומות	53
5. תרגילים נוספים	56

תנועה בקו ישר (מיינד אחד):

רקע:

הגדרות :

$$\text{מהירות רגעית} - \dot{x} = \frac{dx}{dt}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} - \text{מהירות ממוצעת}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} - \text{תאוצה רגעית}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} - \text{תאוצה ממוצעת}$$

קשרים הפוכים :

$$x(t) = \int v(t) dt$$

$$v(t) = \int a(t) dt$$

את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות)

מקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה :

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v(t) = v_0 + at$$

שטח מתחת לגרף הפונקציה :

- השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות (כתלות בזמן) שווה להעתק (כאשר שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי , אם מחשבים אותו חיובי אז מקבלים את הדרך)

- השטח מתחת לגרף של התאוצה (כתלות בזמן) הוא שינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי)

שאלות:**1) דני ודן רצים זה לקראת זו**

דני ודן רצים זה לקראת זו.

שניהם מתחילה לרוץ ממנוחה.

דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה ברכיבוע ודן בתאוצה של 1 מטר

לשנייה ברכיבוע.

המרחק ההתחלתי ביןיהם הוא 50 מטר.

א. מתי והיכן יפגשו דני ודן?

ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

2) דני שכח את הפלאפון

דני רץ בכו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה.

ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.

באותו הרגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מjosי.

josי מתחילה לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה ברכיבוע.

א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עברו דני וjosי.

شرط גרפים עבור שני הביטויים שמצאות על אותה מערכת ציריים.

ב. מתי מהירותו של josי שווה לו של דני? האם הוא מSIG את דני ברגע זה?

ג. מצא ביטוי למקומות כתלות בזמן עברו דני וjosי.

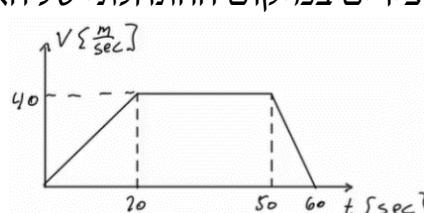
شرط גרפים עבור שני הביטויים שמצאות על אותה מערכת ציריים.

ד. מתי ישיג josי את דני? כמה מרחק עבר josי עד אז?

3) גרף של מהירות אופנווע בזמן

בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנווע כתלות בזמן. האופנווע נע על קו ישר.

קבע את ראשית הציריים במקום ההתחלתי של האופנווע.



א. תאר את סוג התנועה של האופנווע בכל אחד מקטעי התנועה.

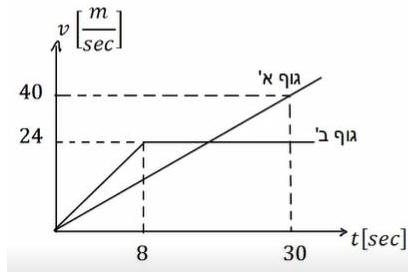
ב. מצא את תאוצת האופנווע כתלות בזמן.

ג. מהי מהירות האופנווע ברגעים: $t = 15$, 40 , 55 ?

ד. מצא את מקום האופנווע באותו רגעים של סעיף ג'.

4) גרפ' מהירות של שני גופים

בגרף הבא מתוארכות מהירויות של שני גופים כתלות בזמן.
הנח שני הגוף נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.

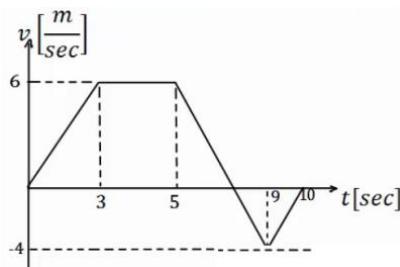


- תאר את תנועתו של כל גוף.
- רשם נוסחת מיקום זמן לכל גוף.
- מצא את המרחק בין הגוף ברגעים: $t = 3s$, $24s$ וציין מי מקדים את מי.
- מתי מהירויות שני הגוף שווות?
- מתי מיקום שני הגוף זהה?

5) תרגיל עם הכל

הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר.
הנח שהגוף מתחילה את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.

- תאר את התנועה של הגוף במילימטרים.
- شرط גרפ' של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.
- מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית?
מהו מרחק זה?
- מהו המרחק הכללי שעבר הגוף?
- מהו העתק הכללי שעשה הגוף?
- מתי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?
- מהו מרחק הגוף מהראשית ב- $t = 6\text{ sec}$?
- מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?
- شرط גרפ' של מיקומו של הגוף כתלות בזמן, אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.



6) תפוח עץ

תפוח נופל מעץ בגובה 15 מטרים.

(הנח שההתפוח נופל ממנוחה והזנחה את התנגדות האוויר).

א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.

ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניטון היושב מתחת לעץ.

הנח שגובה הראש של ניטון בישיבה הוא אחד מטר.

7) חסידה מביאה חבילה

חסידה מרחתת במנוחה באוויר וمفילה חבילה מגובה של 320 מטרים.

א. מצא את העתק שمبرעת החבילה בשנייה הרביעית של תנועתה.

ב. מצא את העתק שمبرעת החבילה בשנייה האחרונה של תנועתה.

8) דני זורק כדור מחלון גבורה

דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון ביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבורה). מהירותו הבודד ישר אחריו הזירה היא 20 מטר לשנייה.

סמן את כיוון הציר החיבוי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזירה.

א. רשום נוסחים מקומ זמן ומהירות זמן עברו הבודד.

ב. הכן טבלה ורשום בטבלה את הערכיהם של המיקום והמהירות ב-6
השניות הראשונות.

ג. צייר את מיקום הבודד בכל שנייה ב-6 השניות.

ד. מתי יפגע הבודד בקרקע?

ה. חזר על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

9) גוף נזרק אנכית מגג בניין

גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.

מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשנייה.

בחר ציר y שראשיתו בקרקע וכיונו החיבוי כלפי מעלה.

א. רשום את פונקציית המיקום-זמן, מהירות-זמן ותאוצה-זמן של הגוף.

ב. עורך טבלה של מהירותו ומיומו בזמן: $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ sec}$.

ג. שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

10) כדור נזרק מלמعلת וגוף נזרק מלמיטה

כדור נזרק כלפי מטה מרأس בניין שגובהו 80 מטר. מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשנייה. באותו הרגע נזרק גוף שני מתחתי הבניין כלפי מעלה. מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשנייה.

- רשות נוסחת מקום-זמן עבור כל הגוף.
- האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?
- היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגוף אחד ליד השני?
- רשות נוסחת מהירות-זמן לכל הגוף.
- מה תהיה מהירות כלגוף ברגע המפגש?
- מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל הגוף?
- شرط גרף מהירות-זמן וגרף מיקום זמן לכל הגוף.

11) מהירות בנקודת של פולינום

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי: $x(t) = 2t^3 - 12t + 30$ כאשר הזמן בשניות והמקום במטרים.

- מצאו את המהירות כתלות בזמן.
- מתי הגוף נעצר?

12) תנועה בקו ישר, מהירות בנקודת

מיקומו של הגוף הנע בקו ישר נתון לפי: $x(t) = 32te^{-t}$.

- מצא את הזמן בו הגוף נעצר.
- מצא את מרחק הגוף ברגע זה מהראשית.

13) תנועה בקו ישר, מהירות בנקודת ותאוצה

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי: $x(t) = -2t^3 + 6t + 3$ כאשר הזמן בשניות והמקום במטרים.

- מצאו את המהירות כתלות בזמן ואת הרגע בו הגוף נעצר.
- מהו המרחק המקסימלי אליו הגיע הגוף?
- מהי תאוצת הגוף?

14) תאוצה מפוצלת

גוף נקודתי מתחילה לנوع ממנוחה וגע בקו ישר.

$$a(t) = \begin{cases} t \left[\frac{m}{sec^2} \right], & 0 \leq t \leq 3 [sec] \\ 5 - t \left[\frac{m}{sec^2} \right], & 3 < t [sec] \end{cases}$$

תאוצת הגוף תלוי בזמן ונתונה לפי:

תנועת הגוף נמשכת עד לרגע בו הוא עצר.

א. מהי מהירות הגוף בזמן?

ב. מהי המהירות המרבית של הגוף במהלך התנועה?

ג.מתי עצר הגוף?

ד. איזה מרחוק (העתק) הוא עובר עד לעצירה?

15) מהירות מינימלית

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי: $x(t) = \alpha t^3 - \beta t^2 + \gamma t$

כל היחידות סטנדרטיות (מיקום במטר וזמן בשניות).

א. מהן היחידות של γ , β , α ?

ב. מהו מיקום הגוף ב- $t=0$?

ג. מצאו את המהירות ההתחלתית של הגוף.

ד. מצאו מהי התאוצה ההתחלתית של הגוף.

ה. חשבו את המהירות המינימלית של הגוף כפונקציה של הקבועים בבעיה ומצאו מה התנאי שERICIMS למלא הקבועים על מנת שאכן תהיה מהירות מינימלית.

16) ילד זורק כדור בקפיצה*

ילד מנסה לזרוק כדור לתקраה של הכיתה אך איןו מצליח להגיע עד לתקרה. המורה לפיזיקה שהבחן בניסיונותיו של הילד הציע לו שיזורק את הcador תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.

א. האם המורה צודק? לאיזה גובה הגיע הcador אם הילד קופץ ומיד זורק את הcador כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא v_1 ומהירות

הזריקה של הcador v_2 ביחס לילד היא אותו הדבר.

הניחו שזריקת הcador לא משפיעה על הילד.

ב. בטאו את העתק של הילד ושל הcador כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הcador.

17) זמן מינימלי לסיים מסלול*

מכוניות יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניע שקצב ההאצה קבוע. אותה מכוניות יכולה לבולום בקצב של 0.5g מהו הזמן המינימלי לעبور מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצרה מוחלטת? (רמז : השתמש בגרף מהירות זמן).

18) כמה זמן הרכבת נסעה ב מהירות קבועה*

רכבת יוצאת מישוב'A אל יישוב'B.
בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאייצה בתאוצה קבועה.
בשליש השני של הדרך הרכבת נוסעת ב מהירות קבועה.
בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצרתה ביישוב'B.
זמן הנסעה הכלול הוא T.
כמה זמן נסעה הרכבת ב מהירות קבועה?

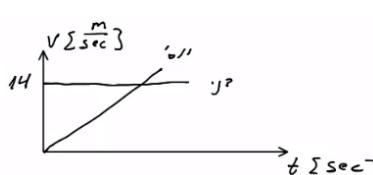
19) אדם משחרר כדור מתוך מעלית*

מעלית עולה מגובה הקרקע ב מהירות קבועה.
בזמן T_1 , אדם הנמצא במעלית משחרר כדור מתוך המעלית דרך חרור שברצפת המעלית.
הכדור מגיעה לקרקע מעבר T_2 שניות.
מצאו את גובה המעלית h בזמן T_1 .
נתונים T_1 ו- T_2 .

תשובות סופיות:

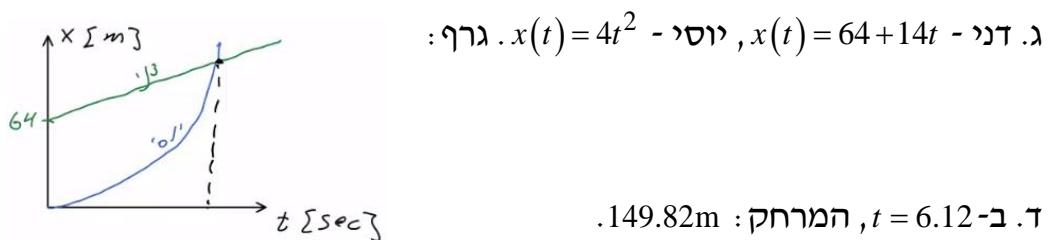
1) א. הזמן : $t = 8.16 \text{ sec}$, המיקום : 16.65 m

$$V_{\text{Dana}}(t = 8.16) = -8.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, V_{\text{Dani}}(t = 8.16) = 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$



2) א. דני - יוסי - . $V(t) = 8t$, $V(t) = 14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב. לא. $t = 1.75 \text{ sec}$



ג. דני - יוסי - . $x(t) = 4t^2$, $x(t) = 64 + 14t$

ד. ב- 149.82m, $t = 6.12 \text{ sec}$

3) א. כאשר $0 \leq t \leq 20$ (חלק I), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך ונגדל.

כasher $20 \leq t \leq 50$ (חלק II), מהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.

כasher $50 \leq t \leq 60$ (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית והמיקום הולך ונגדל.

$$a = \begin{cases} 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 20 \\ 0 & 20 < t < 50 \\ -4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 50 < t < 60 \end{cases}$$

$$V(t = 15) = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, V(t = 40) = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, V(t = 55) = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$x(t = 15) = 225 \text{ m}, x(t = 40) = 1,200 \text{ m}, x(t = 55) = 1,750 \text{ m}$$

4) א. גוף א' : תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.

גוף ב' : כאשר $8 \leq t < 0$, כמו גוף א'. כאשר $t > 8$,

תנועה ב מהירות קבועה בכיוון חיובי.

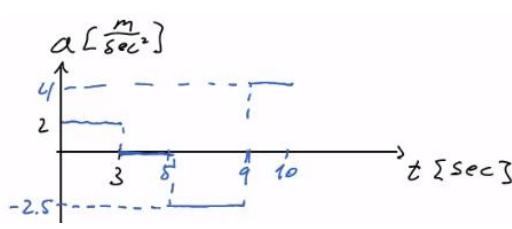
$$\text{ב. גוף א'} : \frac{2}{3}t^2, \text{ גוף ב'} : \text{כasher } 0 \leq t \leq 8, \text{ כמו גוף א'}$$

$$\text{כasher } x(t) = 96 + 24(t - 8), 8 \leq t \leq \infty$$

$$\text{ג. כ- 96m, וכ- 7.5m. } \Delta x(t = 24) = 96 \text{ m}, \Delta x(t = 3) = 7.5 \text{ m}$$

$$\text{ה. כ- 31.42 sec, כ- 18 sec.}$$

- 5) א. כאשר $0 \leq t \leq 3$ (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.
 כאשר $3 \leq t \leq 5$ (חלק II), תנועה ב מהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.
 כאשר $5 \leq t \leq 9$ (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.
 תאוצה עד אשר המהירות מתאפסת, אז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.
 התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילה לחזור בכיוון הנגדי.
 כאשר $9 \leq t \leq 10$, תאוצה קבועה חיובית, תאוצה. התקדמות בכיוון הנגדי.



ג'. גורן: $a = \begin{cases} 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 3 \\ 0 & 3 < t < 5 \\ -2.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 5 < t < 9 \\ 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 9 < t < 10 \end{cases}$

ה. $\Delta x = 23\text{m}$

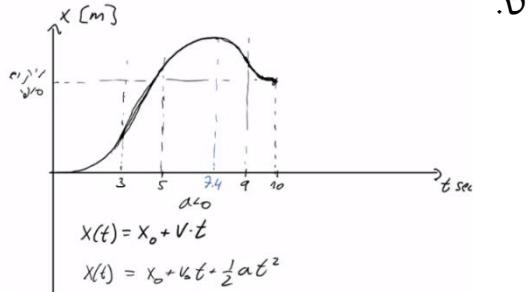
ד. $S = 33.4\text{m}$

. 28.2m : 7.4\text{sec} . ו. $\bar{V} = 2.3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ט. $t = 3.5\text{ sec}$

. 1. $\Delta x = x(t=6) - x(t=0) = 25.75\text{m}$

. 2. $\bar{V} = 2.3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$



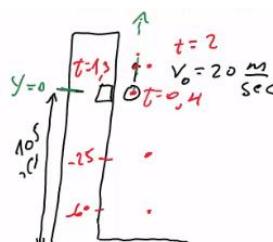
ו. $V_F \approx 16.73 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $17.32 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ א. 6

ב. $40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. 7 א. 80m

ז. א. מוקם-זמן : $V(t) = 20 - 10t$, $y(t) = 20t - 5t^2$ ב. 8

ט. 7sec . ד

. ג.



זמן (שניות)	מקום (מטר)	מהירות (מטר לשנייה)
1	15	10
2	20	0
3	15	-10
4	0	-20
5	-25	-30
6	-60	-40

ה. (א) מוקם-זמן : $V(t) = 20 - 10t$. מהירות-זמן : $y(t) = 105 + 20t - 5t^2$.

ט. 7sec (ד)

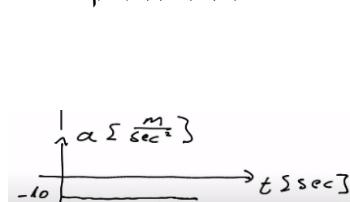
9 א. מיקום-זמן : $y(t) = 40 + 30t - 5t^2$, מהירות-זמן : $v(t) = 30 - 10t$

תאוצה-זמן : $a = -10$

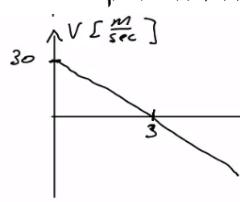
.ב.

זמן (שניות)	מקום (מטר)	מהירות (מטר לשנייה)
0	40	30
1	65	20
2	80	10
3	85	0
4	80	-10
5	65	-20

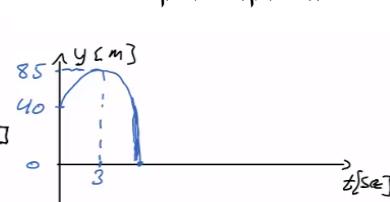
תאוצה-זמן :



מהירות-זמן :



מיקום-זמן :



10 א. גוף 1 - כדור : $y_1(t) = 80 + (-15)t - 5t^2$, גוף 2 - ריבוע : $y_2(t) = 40 - 10t$

ב. $v_1(t) = -15 - 10t$: 1. גוף 1 : 1

ג. $v_2(t) = -10$: 2. גוף 2 : 2

ד. גוף 1 בדיקת גובהו.

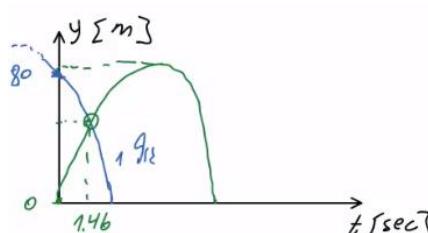
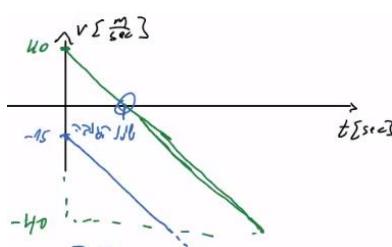
ה. גוף 1 : $25.4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, גוף 2 : $-29.6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

גוף 2 : $v_2(t) = 40 - 10t$

ו. גוף 1 : $-40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, גוף 2 : $-42.72 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

מהירות-זמן :

ז. מיקום-זמן : (גוף 1 בכחול, גוף 2 בירוק)



ט = $\sqrt{2}$ sec . ב.

ט = $6t^2 - 12$. א (11)

ט(ט = 1) = $\frac{32}{e}$. ב.

ט = 1 sec . א (12)

ט = $-12t$. ג.

ט max = 7 m . ב. ט(ט = 1) = $-6t^2 + 6$, ט = 1 sec . א (13)

$$V_{\max} = 6.5 \frac{m}{sec} . \text{ג}$$

$$V(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2} \left(\frac{m}{sec} \right) & 0 \leq t \leq 3 \\ \left(5t - \frac{t^2}{2} - 6 \right) \left(\frac{m}{sec} \right) & 3 \leq t \end{cases} . \text{א (14)}$$

$$\Delta x \approx 31.79m . \text{ט} \quad t_2 \approx 8.61 . \text{ג}$$

$$\gamma . \text{ג} \quad 0 . \text{ב} \quad [\alpha] = \frac{m}{sec^3} , \quad [\beta] = \frac{m}{sec^2} , \quad [\gamma] = \frac{m}{sec} . \text{א (15)}$$

$$-\frac{\beta^2}{3\alpha} + \gamma , \quad \alpha > 0 . \text{ה} \quad -2\beta . \text{ט}$$

$$\frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} - v_2 t_0 : \text{כדו} , \quad \frac{v_1^2}{2g} : \text{ב. לצד} \quad \text{המירה צודק} \quad \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} . \text{א (16)}$$

$$T \approx 58 \text{ sec} \quad \text{ט}$$

$$t_2 = \frac{T}{5} \quad \text{ט}$$

$$h = \frac{g T_2^2}{2 \left(1 + \frac{T_2}{T_1} \right)} \quad \text{ט}$$

תנועה במשור וזריקה משופעת:

רקע:

. $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ - וקטור המיקום

. $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ - וקטור ההעתק

. $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ - (velocity) וקטור המהירות ממוצעת

. $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ - (velocity) וקטור המהירות הרגעית

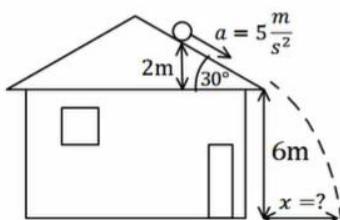
. $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ - וקטור התאוצה ממוצעת

. $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$ - וקטור התאוצה הרגעית

. גודל המהירות (Speed) $|\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

שאלות:**1) דוגמה - דן יורה חץ על עץ**

דן יורה חץ מגובה של 2 מטרים לעבר עץ הנמצא במרחק של 8 מטרים. מהירות היציאה של החץ מהקשת היא 30 מטר לשנייה. נמצא באיזה גובה יפגע החץ בעץ אם הזרועה שבה יורה דן את החץ היא 15 מעלות?

**2) כדור מתגלגל מגג משופע**

כדור מתגלגל מגג בניין משופע. הכדור מתחילה תנועתו מנוחה מגובה של 2 מטרים מקצת הגג. שיפוע הגג הוא 30 מעלות מתחת אופק. נתון כי תאוצה הכדור בכיוון תנועתו על הגג היא 5 מטרים לשנייה בריבוע. גובה קצה הגג מעל הקרקע הוא 6 מטרים. נמצא את המרחק האופקי מקצת הגג בו יפגע הכדור בקרקע.

3) תנועת כדור עם רוח נגדית

כדור נבעט מהקרקע במהירות של 20 מטרים לשנייה ובזווית של 45 מעלות מהקרקע. רוח נגדית גורמת לכדור תאוצה בכיוון האופקי של 2 מטרים לשנייה בריבוע (בנוסף לתאוצה הגוף).

א. נמצא את מיקום הכדור ומהירותו ב- $t = 2 \text{ sec}$.

ב. מהו המרחק בו פוגע הכדור בקרקע?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ד. מהו המרחק האופקי המקסימלי אליו הגיע הכדור?

4) מסירה בפוטבול

במשחק הפוטבול הרכו' האחורי זורק כדור בזווית של 45 מעלות ביחס לקרקע ובמהירות של 30 מטרים לשנייה. שחkon הקבוצה הנמצאת 15 מטרים קדימה מהרכו' האחורי רץ במהירות של 5 מטרים לשנייה. השחקן רואה את הכדור ומנחיל להאיץ בתאוצה קבועה.

מהי התאוצה הדרושה לשחקן כך שיוכל לתפוס את הכדור בדיק בגובה בו הוא נזרק?

אם סימן התאוצה יכול להיות שלילי? מה המשמעות של תאוצה זו?

5) דוגמה מהירות ממוצעת

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא : $\vec{r}(t) = 3t^2 x + (2t+1) y$.
מצא את המהירות הממוצעת ב-5 השניות הראשונות של התנועה.

6) דוגמה - מהירות רגעית

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא : $\vec{r}(t) = 3t^3 x + (4t-5) y$.

- מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.
- מהי מהירות הגוף ב- $t=2$?

7) דוגמה - תאוצה

מהירותו של גוף כתלות בזמן היא : $\vec{v}(t) = 2t^3 x + (6t-5) y$.

- מצא את תאצת הגוף כתלות בזמן.
- מהי התאוצה הממוצעת בחמש השניות הראשונות של התנועה?

8) דרך והעתק

מיקומו של גוף לפי הזמן נתנו לפי : $\vec{r}(t) = 2t^3 x + (t^3 - 2) y$.

- מצא את המהירות הרגעית (velocity) וההתאוצה הרגעית כפונקציה של הזמן.
- מצא את גודל המהירות (speed) כתלות בזמן.
- מצא את הדרך שעה הגוף בחמש השניות הראשונות.
- מצא את המהירות הממוצעת (average velocity) ב-5 השניות הראשונות של התנועה.
- מצא את ה-speed הממוצע של הגוף בחמש השניות הראשונות.

תשובות סופיות:

3.78m **(1)**

4.49m **(2)**

32.01m **ב.** $x = 24.28\text{m}$, $y = 8.28\text{m}$, $V_x = 10.14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V_y = -5.86 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. **א.** $x_{\max} = 32.01$ **ד.** 10m . **ג.**

$a = 5.99 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ **ב.** יכול לצאת שלילי, המשמעות שהשחקן צריך להאט בשבייל להגיע **א.** לנקודה הזאת בדיקן יחד עם הבדור.

$\vec{V} = (15, 2)$ **(5)**

$\vec{V}(t=2) = (36, 4)$ **ב.** $\vec{V} = 9t^2\hat{x} + 4\hat{y}$ **א.** **(6)**

$\vec{a} = 50\hat{x} + 6\hat{y}$ **ב.** $\vec{a}(t) = 6t^2\hat{x} + 6\hat{y}$ **א.** **(7)**

$S \approx 279.5\text{m}$ **ג.** $|\vec{V}| = \sqrt{45t^2}$ **ב.** $\vec{V}_{(t)} = 6t^2\hat{x} + 3t^2\hat{y}$ **א.** **(8)**

$|\vec{V}| \approx 55.9 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ **ה.** $\vec{V} = 50\hat{x} + 25\hat{y}$ **ד.**

משוואת מסלול:

ركע:

משוואת מסלול היא פונקציה מהצורה (x,y) , סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצוא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

שאלות:

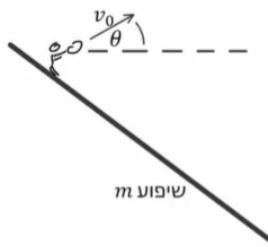
1) דוגמה-משוואת מסלול

מצא את המשוואת המסלול ושרטט את המסלול על מערכת צירים עבור המסלול הבא: $x(t) = \sqrt{3+t^2}$, $y(t) = \sqrt{7-t^2}$. הנה ש- x ו- y תמיד חיוביים.

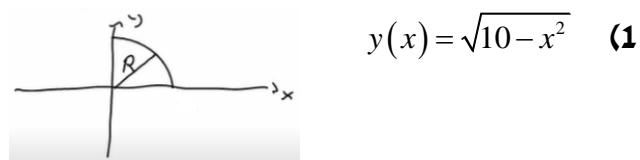
2) זריקה משופעת על מישור משופע

איתי עומד על מישור משופע בעל שיפוע m , איתי זורק כדור כלפיו מורד המישור ב מהירות התחלה v_0 ו לזווית θ ביחס לאופק.

- א. מצא מה המרחק מאייתי שבו יפגע הכדור? (התעלם מהגובה של אייתי).
- ב. מהי הזווית θ עבורה מרחק זה יהיה מקסימלי?



תשובות סופיות:



$$\tan 2\theta = \frac{1}{m} . \quad \text{ב.}$$

$$x = \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta (\tan \theta + m)}{g} . \quad \text{א.}$$

תאוצה נורמלית ומשיקית ורדיוס עקומות:

רקע:

תאוצה משיקית :

$$|\vec{a}_t| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$$

התאוצה המשיקית היא הרכיב של התאוצה שמשיק ל מהירות (או למסלול) והוא משנה רק את גודל המהירות.

$$|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$$

תאוצה נורמלית :

$$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$$

התאוצה הנורמלית היא הרכיב של התאוצה שמאונך ל מהירות (או למסלול) והוא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקומות :

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

שאלות:

1) תאוצה משיקית ונורמלית

מיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפיה : $y(t) = (1-t)^2$, $x(t) = 2t^2$,

כאשר הצבה של הזמן בשניות תיתן מיקום במטרים.

א. מצאמתי מהירות הגוף מינימלית?

ב. מצא את מיקום הגוף כאשר מהירותו היא : $\frac{m}{sec}$.

ג. חשב את התאוצה המשיקית והנורמלית ב- $t = 2 sec$.

2) חישוב תאוצה משיקית ונורמלית גודל וכיוון

וקטור המיקום של גוף מסויים נתון ע"י המשוואה: $\hat{z} = t^2 x + 4tx - 5t^2$.

- חישוב את וקטור המהירות של הגוף כתלות בזמן.
- חישוב את וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן.
- חישוב את גודל התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
- חישוב את גודל התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.
- חישוב את וקטור התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
- חישוב את וקטור התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.

3) תאוצה משיקית ונורמלית בциקלואידת

המסלול שמשרטט נקודה על החיקף של גלגל בעט שזה מתגלגל (ללא החלקה) על משטח אופקי נקרא ציקלאידה. מיקום הנקודה בכל רגע נתון על ידי הביטוי: $\hat{y} = R \sin \omega t$, $\hat{x} = R \cos \omega t$, $\hat{z} = 0$ הם קבועים נתונים.

- חישוב את וקטור המהירות של הנקודה בכל רגע.
- מצאו את הרגעו בו הנקודה נמצאת בשיא הגובה (בציר ה- y) ואת הרגעו בו הגובה מינימלי (קיים אינסוף רגעים כי התנועה מחזורת, רשום بصورة כללית).
- מצאו את תאוצת החלקיק בכל רגע.
- חישוב את התאוצה המשיקית והנורמלית כאשר הנקודה מגיעה לגובה מקסימלי ומינימלי.
- חישוב את התאוצה המשיקית והנורמלית ברגע שבו רכיב ה- x של המהירות מתאפס.

4) חרוץ נע על טבעת אליפטית

חרוץ נע על פני טבעת אליפטית, כך שמיומו בכל רגע כתלות בזמן הוא: $\hat{y} = a \cos(\omega t)$, $\hat{x} = b \sin(\omega t)$, a, b, ω קבועים נתונים.

- מצאו את התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
 - מצאו את התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.
 - כאשר $|a| = |b|$ האליפסה הופכת למעגל.
- במקרה זה, האם גודל המהירות משתך התנועה גדול, קטן, לפעמים גדול ולפעמים קטן או נשאר קבוע?

תשובות סופיות:

$$\overset{\text{ר}}{r} = (4.38, 0.23) \text{ . ב } \quad t = 0.2 \text{ sec . נ } \quad (1)$$

$$\overset{\text{ר}}{a}_b = (4.24, 1.06) \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \overset{\text{ר}}{a}_n = (-0.24, 0.94) \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \text{ . ג}$$

$$\overset{\text{ר}}{a} = \overset{\text{ר}}{v} = 2\hat{x} - 10\hat{z} \text{ . ב } \quad \overset{\text{ר}}{V}_{(t)} = \overset{\text{ר}}{r} = 2t\hat{x} + 4\hat{y} - 10t\hat{z} \text{ . נ } \quad (2)$$

$$|a_n| = \sqrt{\frac{208}{13t^2 + 2}} \text{ . ט} \quad |a_t| = \frac{52t}{\sqrt{26t^2 + 4}} \text{ . ג}$$

$$\overset{\text{ר}}{a} = \frac{4}{13t^2 + 2}(1, -13t, -5) \text{ . י} \quad \overset{\text{ר}}{a}_t = \frac{52t}{26t^2 + 4}(t, 2, -5t) \text{ . ה}$$

$$\overset{\text{ר}}{V} = \overset{\text{ר}}{r} = (R\omega \cdot \cos(\omega t) + R\omega) \hat{x} + (-R\omega \sin(\omega t)) \hat{y} \text{ . נ } \quad (3)$$

$$\overset{\text{ר}}{a} = \overset{\text{ר}}{v} = -\omega^2 R \sin(\omega t) \hat{x} - \omega^2 R \cos(\omega t) \hat{y} \text{ . ג} \quad t_{\max} = \frac{2\pi}{\omega} k, t_{\min} = \frac{\pi}{\omega} + \frac{2\pi}{\omega} k \text{ . ב}$$

$$\text{ה. אי אפשר להגדיר.} \quad \overset{\text{ר}}{a}_t = 0, \overset{\text{ר}}{a}_n = \overset{\text{ר}}{a} = -\omega^2 R \hat{y} \text{ . ט}$$

$$a_t = \frac{\omega^2 \sin(2\omega t)(a^2 - b^2)}{2\sqrt{a^2 \sin^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t)}} \text{ . נ } \quad (4)$$

$$a_n = \sqrt{\omega^4 a^2 \cos^2(\omega t) + \omega^4 b^2 \sin^2(\omega t) + \left(-\frac{\omega^4 \sin^2(2\omega t)(a^2 - b^2)}{4(a^2 \sin^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t))} \right)} \text{ . ב}$$

$$\text{ג. הגודל נשאר קבוע.} \quad |\overset{\text{ר}}{V}| = \text{const. ג}$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) גודל מהירות מינימלי

וקטור המיקום של גוף מסוים כתלות בזמן נתון על ידי: $\vec{r}(t) = 2t^2 \hat{i} - 6j + (t-5)^2 k$.

- מהו וקטור מהירות הגוף כתלות בזמן?
- מהו וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן?
- מתי גודל מהירות הגוף מינימלי?

ד. מהו וקטור המיקום כאשר גודל מהירותו הוא: $\sqrt{160} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$?

2) וקטורים בזירה משופעת

גוף נזרק מראשית הצירים במהירות התחלה v_0 ובזווית θ ביחס לציר ה- x .

- מצאו את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.
- מצאו את וקטור מהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.
- חשבו את הזווית בין וקטור מהירות לוקטור התאוצה כתלות בזמן.

3) וקטור מיקום ומסלול

וקטור המיקום של גוף הנע במישור xy נתון לפי: $\hat{r}(t) = A \sin(\omega t) \hat{x} + B \cos(\omega t) \hat{y}$.

- מצאו את וקטור מהירות והתאוצה של הגוף.
- חשבו את הזווית בין וקטור מהירות לוקטור התאוצה ב- $t=0$.
- הראו שוקטור התאוצה וקטור המיקום הפוכים בכיוון.
- מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כולם את (x, y) .

4) וקטור מיקום ומסלול עם זמן בריבוע

וקטור המיקום של גוף הנע במישור $y-x$ נתון לפי: $\vec{r}(t) = A \sin(\alpha t^2) \hat{x} + B \cos(\alpha t^2) \hat{y}$.

- מצאו את וקטור מהירות והתאוצה של הגוף.
- מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כולם את (x, y) .
- מה ההבדל בין המסלול בתרגיל זה לבין המסלול בתרגיל הקודם?

5) רובין הוד יורה ותופס חץ

רובין הוד יורה חץ ב מהירות v_0 ו זווית θ ביחס לקרקע .
 ברגע שחרור החץ מתחילה רובין הוד לזרוץ בקו ישר ובתאוצה $a(t) = Ae^{-kt}$.
 רובין הוד רוצה לתפוס את החץ ברגע פגיעהו לקרקע .
 מצאו משווהה עם הפרמטרים A , θ , v_0 והמשתנה k ממנו ניתן לחוץ את k כך שרובין יוכל לפתור את המשווהה .

6) תנועה במעגל*

גוף נקודתי נעה במשור אופקי xy .

בזמן $t=0$ מהירות הגוף הייתה : $\frac{m}{sec} \hat{r}(0)=5\hat{j} m$ יחד עם וקטור המצב :

תאוצה הגוף כפונקציית זמן החל מרגע זה היא :

$$\ddot{a}(t) = -45\pi^2 \sin(3\pi t) \hat{i} - 45\pi^2 \cos(3\pi t) \hat{j} \frac{m}{sec^2}$$

- א. מצא את וקטור המהירות של הגוף בזמן .
- ב. מצא את וקטור המצב של הגוף בזמן .
- ג. מצא את הזווית בין וקטור המצב לוקטור התאוצה בזמן .
- ד. מצא את משווהת המסלול של הגוף .

7) תנועה על אליפסה*

مיקום של גוף נקודתי נתון במשווהה : $\hat{r}(t) = 4\sin(\pi t)\hat{i} + 3\cos(\pi t)\hat{j}$

(המיקום במטרים, הזמן בשניות) .

- א. מצא את משווהת המסלול של הגוף .
- ב. מצא את רגעי הזמן שבהם המהירות ורדיוס הוקטור מאונכים .
- ג. מצא את תאוצה התנועה והראה שהיא מכונה כלי ראשית הצירים .
- ד. מצא באיזה רגעי זמן גודל התאוצה הוא : $\frac{v^2}{r}$.
- ה. חשבו את המרחק המינימלי של הגוף מראשית הצירים .

כמה פעמים, במשך מהזור תנועה אחד, מגיע הגוף למרחק מינימלי מראשית?

8) מהירות לפי גזירה תרגיל פשוט

נתון וקטור r של חלקיק מסויים: $\vec{r} = (8t, -5t^2)$.

- מהו רכיב ה- x של הווקטור בזמן?
- מהו רכיב ה- y של הווקטור בזמן?
- מהי מהירותו בציר x ?
- מהי מהירותו בציר y ?
- האם מהירות אלות קבועות בזמן?
- מהו מרחק החלקיק מהראשית לאחר שעברו 3 שניות?

9) גזירת מיקום למציאת מהירות

מיקומו של חלקיק נתון ע"י הווקטור r : $\vec{r} = 5\sin(\pi t) \mathbf{i} + 4t^3 + t^2 \mathbf{j} + 8e^t \mathbf{k}$.

- מצאו את וקטור המהירות כפונקציה של הזמן.
- מהי מהירות החלקיק ב- $t = 2$?

10) העתק לפי גזירה

וקטור r מתאר מיקומו של חלקיק בזמן: $\vec{r} = (5t, 10 + t^2)$.

- מהו מיקום החלקיק בזמן $t = 0$?
- מהו מיקום החלקיק בזמן $t = 5$?
- מהו ההעתק בחמש השניות הראשונות?
- מהי מהירות החלקיק בזמן $t = 5$ (ב>Showcase גודל וכיוון)?

תשובות סופיות:

$$t_{\min} = 1 \text{ sec} \quad \text{ג.} \quad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = 4\hat{i} + 2\hat{k} \quad \text{ב.} \quad \vec{v} = \dot{\vec{r}} = 4t\hat{i} + 2(t-5)\hat{k} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\vec{r}(t_1) = 18\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k} \quad \text{ד.}$$

$$\vec{v} = v_0 \cos \theta \hat{x} + (v_0 \sin \theta - 10t) \hat{y} \quad \text{ב.} \quad \vec{r}(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \hat{x} + (v_0 \sin \theta \cdot t - 5t^2) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\cos \alpha = \frac{10t - v_0 \sin \theta}{\sqrt{(v_0 \cos \theta)^2 + (v_0 \sin \theta - 10t)^2}} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{v} = \omega A \cos(\omega t) \hat{x} - \omega B \sin(\omega t) \hat{y}, \quad \vec{a} = -\omega^2 A \sin(\omega t) \hat{x} - \omega^2 B \cos(\omega t) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \quad \text{ט. הוכחה.} \quad 90^\circ \quad \text{ב.}$$

$$, \vec{v} = A \cos(\omega t^2) 2\omega t \cdot \hat{x} - B \sin(\omega t^2) (2\omega t) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\vec{a} = \left[-A \sin(\omega t^2) (2\omega t)^2 + 2\omega A \cos(\omega t^2) \right] \hat{x} - \left[B \cos(\omega t^2) (2\omega t)^2 + 2\omega B \sin(\omega t^2) \right] \hat{y}$$

$$\text{ג. אין הבדל} \quad \left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \quad \text{ב.}$$

$$\frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{A}{k} \frac{2v_0 \sin \theta}{g} + \frac{A}{k^2} \left(e^{-k \frac{2v_0 \sin \theta}{g}} - 1 \right) \quad (5)$$

$$\vec{r}(t) = 5 \sin(3\pi t) \hat{i} + 5 \cos(3\pi t) \hat{j} \quad \text{ב.} \quad \vec{v}(t=0) = 15\pi \cos(3\pi t) \hat{i} - 15\pi \sin(3\pi t) \hat{j} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$x^2 + y^2 = 25 \quad \text{ט.} \quad \alpha = 180^\circ \quad \text{ג.}$$

$$t_1 = 0, t_2 = 1, t_3 = \frac{1}{2}, t_4 = \frac{3}{2} \quad \text{ב.} \quad \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1 \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = -4\pi^2 \sin(\pi t) \hat{i} - 3\pi^2 \cos(\pi t) \hat{j} \quad \text{ג.}$$

$$\text{ה. } |\vec{r}|(t=1) = 3 \quad \text{ט.} \quad t_1 = \frac{1}{4} \text{ sec}, t_2 = \frac{5}{4} \text{ sec}, t_3 = \frac{3}{4} \text{ sec}, t_4 = \frac{7}{4} \text{ sec} \quad \text{ב.}$$

$$v_y = \dot{r}_y = -10t \quad \text{ט.} \quad v_x = \dot{r}_x = 8 \quad \text{ג.} \quad r_y = -5t^2 \quad \text{ב.} \quad r_x = 8t \quad \text{א.} \quad (8)$$

ה. מהירות על x קבועה בזמן, מהירות על y לא קבועה בזמן.

$$|r_{t=3}| = \sqrt{2601} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = 5\pi \cos(\pi t) \hat{i} + 12t^2 + 2t \hat{j} + 8e^t \hat{k} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$\vec{v}_{t=2} = 5\pi \cos(2\pi) \hat{i} + 4 \cdot 2^3 + 2^2 \hat{j} + 8e^2 \hat{k} = 5\pi \hat{i} + 36 \hat{j} + 8e^2 \hat{k} \quad \text{ב.}$$

$$|\vec{r}_{t=5} - \vec{r}_{t=0}| = \sqrt{1250} \quad \text{ג.} \quad \vec{r}_{t=5} = (25, 35) \quad \text{ב.} \quad \vec{r}_{t=0} = (0, 10) \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$|v_{(t=5)}| = \sqrt{125} \quad \text{ט.}$$

פיזיקה 1 מ

פרק 4 - תנועה יחסית -

תוכן העניינים

60	1. הסבר על טרנספורמציה גליליי
65	2. שיטה שנייה-פתרון באמצעות תרשימי וקטוריים

טרנספורמציה גלילי:

רקע:

$$\begin{aligned}\vec{r}_{1,2} &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{v}_{1,2} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \\ \vec{a}_{1,2} &= \vec{a}_1 - \vec{a}_2\end{aligned}$$

שאלות:

1) כלב קופץ בתוך רכבת

כלב נמצא ברכבת הנעה במהירות $\frac{m}{sec}$ 8 ביחס לקרקע. הכלב קופץ בכיוון התקדמות הקרון מרחק של 7 מטרים ביחס לקרון. במהלך הקפיצה מהירות הכלב קבועה ביחס לקרון ושויה ל- $\frac{m}{sec}$ 3. מהו המרחק שעובר הכלב ביחס לקרקע?

2) מדרגות נעות

כאשר אדם עומד על מדרגות נעות בבחנות, הוא מגיע לקומת הרצiosa תוך 50 שניות. יום אחד, המדרגות הנעות מתקלקלות והאדם צרייך לעלות אותו ברגל בכוחות עצמו, כאשר הוא נע במלוא היכולת שלו, הוא מצליח להגיע לקומת הרצiosa תוך 80 שניות. לעומת זאת, המדרגות הנעות עובדות כרגיל, אך האדם מצליח לrox בבחן במלוא יכולתו בכל זאת.

א. תוך כמה זמן יגיע לקומת הרצiosa?

ב. האדם מנסה עתה לרדת חזרה לקומת המקורית במדרגות העולות

(אליה בثان הוא עולה קודם?).

האם הוא יכול להצליח בכך?

אם כן תוך כמה זמן יגיע לקומת המקורית?

(3) כדור נזרק במעלה *

מרצתת מעלה הנמצאת במנוחה נזרק כדור כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה. הכדור עובר ליד שעון עץ, המחבר למעלית, ונמצא בגובה 2 מטרים מרצתת המעלית. שעון העץ מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ופסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למיטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.

א. מהו הזמן התנועה של הכדור מרגע הזירקה עד לפגיעה ברצפת המעלית?

ב. מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?

ג. חוזרים על הניסוי, אבל בעת המעלית נעה (מלפנים זריקת הכדור) במהירות קבועה כלפי מעלה של $\frac{m}{sec}$. הזמן שמודד השעון הוא שוב 0.5 שניות.

מהו הזמן התנועה של הכדור מרגע הזירקה ועד לפגיעה ברצפת המעלית?

ד. מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?

ה. מהי מהירות הכדור ביחס לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

(4) כדור נזרק במעלה מאייה**

מעלית נעה בתאוצה קבועה כלפי מעלה של $\frac{m}{sec^2}$.

ברגע שמהירות המעלית היא $\frac{m}{sec}$ נזרק מרצתת המעלית כדור כלפי מעלה

במהירות ההתחלתית לא ידועה.

הכדור עובר ליד שעון עץ המחבר למעלית ונמצא בגובה 1 מטר מרצתת המעלית. שעון העץ מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ופסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למיטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.

א. מהו הזמן עד לפגיעת הכדור ברצפת המעלית?

ב. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס למעלית עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?

ג. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס לכדה"א עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?

ד. מהי מהירות הכדור יחסית לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

(5) דוגמה - מכונית ביחס לאוטובוס

מכונית נוסעת במהירות של 30 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- x .

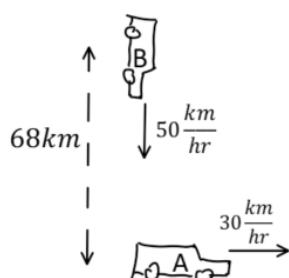
אוטובוס נוסע במהירות של 50 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- x .

א. מצא את המהירות היחסית בין האוטובוס למכונית.

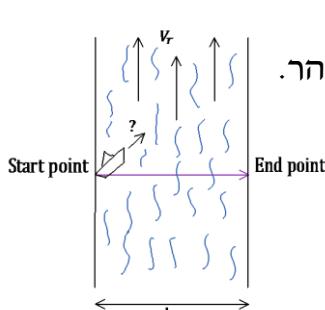
ב. מצא את הzdioit באה האוטובוס יראה את המכונית נוסעת.

6) אבן נזרקת מנדור פורה – תעשייה טכניון

סטודנטית נמצאת על משטח שעולה אנכית ב מהירות קבועה $v_0 = 6 \frac{m}{sec}$. נסמן ב- $t = 0$ את הרגע בו התחיל לעלות המשטח מהקרע. ברגע $t_1 = 3 \text{ sec}$ הסטודנטית נזרקה אבן ב מהירות $v_1 = 8 \frac{m}{sec}$, אופקית ביחס אליה. מהו הזמן בו האבן פוגעת בקרע (ביחס לזמן אפס של השאלה)?

7) מרחק מינימלי בין מכוניות

צופה הנמצא ברכב A יוציא מנוקודה מסוימת בכיוון מזרח ב מהירות 30 קמ"ש. באותו הזמןרכב B יוציא מרחק 68 ק"מ צפונית לנוקודה יציאתו של רכב A ונוסע דרומה ב מהירות של 50 קמ"ש, כמתואר באור. א. רשמו את פונקציית המרחק בין שני כלי הרכב כתלות בזמן.
 ב. מצאו תוקן כמה שעות המרחק בין כלי הרכב יהיה מינימלי.
 ג. מצאו את גודלו של מרחק זה.
 ד. הראו כי ברגע בו המרחק בין המכוניות מינימלי וקטור המיקום היחסי מאונך לוקטור המהירות היחסית.

8) סירה בנהר

נהר זורם צפונה ב מהירות V_r . יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר. מהירות הסירה היא V_{br} יחסית לנهر. יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית לבדוק מזרחת לנוקודת מוצאו. נתון כי רוחב הנהר d .
 א. באיזה כיוון הוא יהיה חייב להשיט את הסירה?
 ב. מה מהירות הסירה יחסית לאדמה?
 ג. כמה זמן תארך דרכו?

9) אונייה שטה מערבה וצופה באונייה נוספת

אוניה A השטה מערבה ב מהירות 30 קמ"ש נראית אונייה B כאילו היא שטה בדיק צפונה. כאשר אונייה A מאטה ומורידה את מהירותה ל-10 קמ"ש (באותנו הכיוון) נראית ממנה אונייה B כאילו היא שטה בכיוון היוצר זווית של 42 מעלות מערבית לצפון.
 מהו גודלה וכיוונה של מהירות אונייה B ביחס לקרע?

10) זווית פגיעה של גשם במכונית

נаг הנושא במהירות 100 קמ"ש רואה טיפות גשם נמרחות על השימוש הצדדי של המכונית בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה ובזווית של 45 מעלות עם הציר האנד לכיוון הנסיעה.

נаг אחר הנושא במהירות 70 קמ"ש רואה את טיפות הגשם בזווית 30 מעלות עם אותו הציר.
מצא את מהירות הטיפות ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

11) זווית בין מהירויות

שני קליעים נורים ברגע $t = 0$. מיקומם ומהירותם ההתחלתית הם :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1(0) &= -\$ + 4\$, \quad \mathbf{v}_2(0) = \$ + 5(J) , \quad \mathbf{r}_1(0) = \$ \\ \text{על שניהם פועל כוח משיכה הגורם לתאוצה של } \quad .a &= -\$ + \$. \end{aligned}$$

היחידות הן MKS.

- א. מצא את $\mathbf{r}_1(t)$, $\mathbf{r}_2(t)$.

ב. מצא את המרחק בין הקליעים כפונקציה של הזמן.

ג. מצא את הזווית בין \mathbf{v}_1 ל- \mathbf{v}_2 ברגע $t = 3$.

12) מציאת מהירות בין מערכות

ביחס למערכת ייחוס A, מיקומו של גוף מסוים נתונה על ידי :

$$\mathbf{r}_A(t) = (6t^2 - 4t, -3t^3, 3)$$

מערכת ייחוס B נעה ביחס למערכת הייחוס הראשונה במהירות קבועה, \mathbf{V}_{AB} .

צופה הנמצא במערכת B רואה את הגוף נע כך שמיומו בכל רגע הוא :

$$\mathbf{r}_B(t) = (6t^2 - 3t, 2t - 3t^3, 5)$$

- א. חשבו את המהירות של המערכת B ביחס למערכת A, \mathbf{V}_{AB} .
ב. הראו שתאוצרת הגוף זהה בשתי מערכות הייחוס, וחשבו אותה.

תשובות סופיות:

$$25.7 \text{ m} \quad \text{(1)}$$

$$\text{ב. לא} \quad t = 30.8 \text{ sec} \quad \text{. נ} \quad \text{(2)}$$

$$S=5.72 \text{ m} \quad \text{. T} \quad t = 1.36 \text{ sec} \quad \text{ג. ב.} \quad S = 2.62 \text{ m} \quad t = 1.36 \text{ sec} \quad \text{. נ} \quad \text{(3)}$$

$$v_1 = -2.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ה.}$$

$$v_1 = 0.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{. T} \quad S=4.46 \text{ m} \quad \text{. ג.} \quad S=1.76 \text{ m} \quad t = 0.96 \text{ sec} \quad \text{. נ} \quad \text{(4)}$$

$$\theta_2' = 148^\circ \quad \text{ב.} \quad v_2' = \left(-24.01 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, 15 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) \quad \text{. נ} \quad \text{(5)}$$

$$2.6 \text{ sec} \quad \text{(6)}$$

$$t = 1 \text{ hr}, \quad \left| \vec{r}_{B,A} \right| = 35 \text{ km} \quad \text{ב.} \quad \left| \vec{r}_{B,A} \right| = \sqrt{(30t)^2 + (68 - 50t)^2} \quad \text{. נ} \quad \text{(7)}$$

$$t = \frac{d}{\sqrt{V_{br}^2 - V_r^2}} \quad \text{ג.} \quad V_{bx} = \sqrt{V_{br}^2 - V_r^2} \quad \text{ב.} \quad \sin \theta = -\frac{V_r}{V_{br}} \quad \text{. נ} \quad \text{(8)}$$

$$V_B \approx 37.3 \text{ km/hr}, \quad \alpha \approx 36.5^\circ \quad \text{צפונה מהמערב} \quad \text{(9)}$$

$$(10) \text{ מהירות: } V_x = 29.21 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, \quad V_y = -70.79 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, \quad \text{גודל וכיוון: ראה סרטון.}$$

$$\vec{r}_1(t) = \left(-\frac{3}{2}t^2 + 2t \right) \hat{i} + \left(\frac{t^2}{2} + 5t \right) \hat{j}, \quad \vec{r}_2(t) = \left(-\frac{3}{2}t^2 - t + 1 \right) \hat{i} + \left(\frac{t^2}{2} + 4t \right) \hat{j} \quad \text{. נ} \quad \text{(11)}$$

$$\alpha = 13.82^\circ \quad \text{ג.} \quad \left| \vec{r}_{1,2} \right| = \sqrt{10t^2 - 6t + 1} \quad \text{ב.} \quad \text{(12)}$$

שיטת שנייה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים:

שאלות:

1) שיטה שנייה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים ודוגמה

צופה הנמצא באונייה A השטה מזרחית 15 קמ''ש רואה את אונייה B שטה ב מהירות 20 קמ''ש ובכיוון 60 מעלות צפוןית למזרח. מהי המהירות של אונייה B ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

2) סירה בנהר פתרון בשיטה השנייה

נהר זורם צפונה ב מהירות v_r .

יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר. מהירות הסירה היא v_{br} יחסית לנهر.

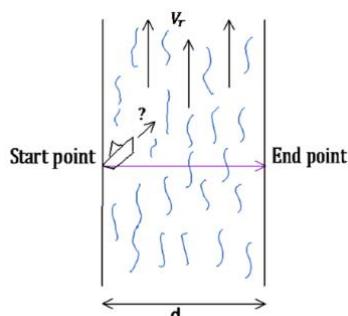
יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית לבדוק מזרחית لنקודת מוצאו.

א. סרטטו תרשימים וקטוריים ובו :

מהירות הסירה ביחס לקרקע, מהירות הנהר

ביחס לקרקע ומהירות הסירה ביחס לנهر.

ב. מצאו את כיוון מהירות הסירה ביחס לנهر.



3) מטוס נראה משתי רכבות

צופה הנמצא ברכבת הנעה מזרחית ב מהירות של 50 קמ''ש רואה מטוס חוצה את המסילה בזווית של 30 מעלות מערבית לצפון.

צופה אחר הנוסע ברכבת הנעה מערב ב מהירות של 100 קמ''ש רואה את אותו המטוס חוצה את המסילה בזווית 50 מעלות מזרחית לצפון.

א. סרטטו תרשימים וקטוריים ובו :

מהירות הצלפים ביחס לקרקע, מהירות המטוס ביחס לכל צופה ומהירות

המטוס ביחס לקרקע (אין צורך לדעת את כל הנתונים בתרשימים).

ב. מצאו את מהירות המטוס ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

4) רכב רואה רכב רואה רכב

צופה היושב ברכב A רואה את הרכב B כאילו הוא נע צפונה ב מהירות v_{BA} .

צופה היושב ברכב B רואה את הרכב C, כאילו הוא נע בכיוון צפון מערב בזווית α מהצפון וב מהירות v_{CB} .

רכב A נע ביחס לקרקע בכיוון צפון מזרחי בזווית β מן הצפון וב מהירות v_A .

מהי המהירות של הרכב C ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

(5) שני דאונים

שני דאונים טסים באותוגובה.

באזור טיסתם קיים זרם אוויר ב מהירות 40 קמ"ש ובכוון של 30 מעלות

מזרחה מהצפון.

דאון 1 טס ביחס לזרם ב מהירות 30 קמ"ש ובכוון צפון.

דאון 2 טס ביחס לקרקע ב מהירות לא ידועה אך בכיוון צפון.

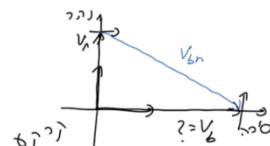
בנוסף הטיס שבדאון 1 רואה את דאון 2 כאילו הוא טס מערבה.

מצאו את גודל וכיוון מהירות הדאונים ביחס לקרקע.

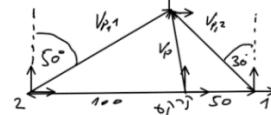
תשובות סופיות:

(1) 30.4 קמ"ש ובזווית 34.7 מעלות צפונית למזרח.

$$\text{ב. } \theta = \text{shift} \sin\left(\frac{V_r}{V_{br}}\right) \quad \text{א. } (2)$$



(2) ב. 84.98 קמ"ש ובכוון 2 מעלות מערבית מהצפון.



$$v_c = \sqrt{(v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha)^2 + (v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha)^2} \quad (4)$$

$$\tan \theta_C = \frac{v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha}{v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha}$$

(3) דאון 1 : 67.7 קמ"ש ובזווית 17.2 מעלות מזרחה מהצפון.

דאון 2 : 64.6 קמ"ש צפונה.

פיזיקה 1 מ

פרק 5 - דינמיקה - חוקי ניוטון

תוכן העניינים

67	1. חוקי ניוטון
(ללא ספר)	2. נושא ישן
(ללא ספר)	3. נושא ישן 2
(ללא ספר)	4. נושא ישן 3
(ללא ספר)	5. נושא ישן 4
(ללא ספר)	6. נושא ישן 5
(ללא ספר)	7. נושא ישן 6
77	8. גלגולות נעות ומכפלי כוח
78	9. תרגילים נוספים

חוקי ניוטון:

רקע:

כוחות נפוציים:

כוח הכבוד :

סימון : W (קייזר של כדור הארץ).
מופעל ע"י כדור הארץ.
כיוון : למרכז כדור הארץ (או לכיוון האדמה).
גודל : mg.

נורמל :

סימון : N.
מופעל ע"י משטח.
כיוון : תמיד מאונך למישטח ודוחף (מהמשטח כלפי חוץ).
גודל : לא ידוע, תלוי בבעיה (לא שווה ל-mg).

מתיחות :

מופעל על ידי חוט או חבל.
סימון : T (קייזר של חוט).
כיוון : תמיד מושך הגוף לכיוון החוט.
הערה, חוט תמיד מושך משני צדדיו.
חוט אידיאלי – חוט חסר מסה שאינו משנה את אורכו (לא אלסטי).
בחוט אידיאלי המתיחות אחידה לאורך החוט.

חיכוך :

חיכוך סטטי - f_s :

פועל כאשר אין תנועה יחסית בין המישטחים.
מופעל ע"י המשטח.

כיוון : משיק למישטח (נגד כיוון השלייפה לתנועה).

גודל : $N_s \mu_s = f_s$ (בדי"כ נעלם לא ידוע).

μ_s - מקדם חיכוך סטטי (תלוי בחומר וקבוע).

$f_s \leq \mu_s N$.

$f_{s\max} = \mu_s N$.

לשים לב שאפשר להציב $N_s = \mu_s f_{s\max}$ רק אם ידוע שהמערכת על סף החלקה.

חיכוך קינטי - f_k :
 פועל כאשר יש תנוצה יחסית בין המسطחים.
 מופעל ע"י מسطח.
 כיוון : משיק למسطח (נגד כיוון התנועה היחסית).
 גודל : $N \mu_k = f_k$.

μ_k - מקדם החיכוך הקינטי – תלוי בסוגי החומרים. בד"כ קבוע.
 N - נורמל שפעיל אותו מسطח.

חוק ראשון של ניוטון – התמדה:

אם גוף נע בקו ישר ובמהירות קבועה (בהתמדה) סכום הכוחות עליו שווה לאפס.
 במקרה פרטי של תנוצה במהירות קבועה הוא מנוחה. לכן, אם גוף נמצא במנוחה סכום הכוחות עליו הוא אפס.

חוק שלישי – עקרון פועלה תגובה:

לכל כוח שגוף A מפעיל על הגוף B יש כוח תגובה שגוף B מפעיל חזרה על הגוף A.
 כוח התגובה שווה בגודלו והפוך בכיוונו.
 שימושו לב : הכוחות פועלים על גופים שונים ולכן אף פעם לא יופיעו באותו תרשימים כוחות.

חוק שני של ניוטון:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

בפועל רושמים את הנוסחה לכל ציר בנפרד.

חוק הוק – הכוח של קפיץ:

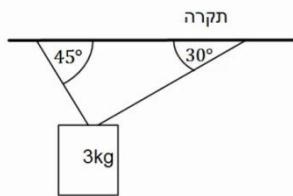
$$F = -k \Delta x$$

$$\Delta x = x - x_0$$

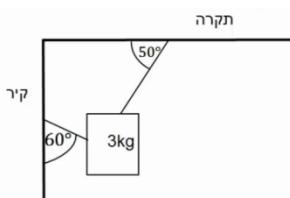
x - מיקום הגוף.
 x_0 - מיקום שבו הקפיץ רופיע.

חיבור קפיצים במקביל (שני הקפיצים מחוברים לגוף ולקיר) - $k_{eff} = k_1 + k_2$
 חיבור קפיצים בטור (גוף מחובר לקפיץ אחד שמחובר לקפץ שני שמחובר לקיר) -

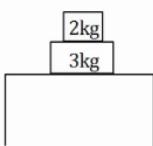
$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$


שאלות:

- 1) דוגמה-גוף תלוי מהתקלה**
גוף תלוי במנוחה מהתקלה באמצעות שני חוטים, לפי האיוור הבא.
מהי המתייחסות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?



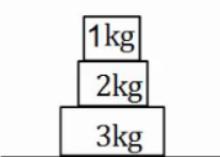
- 2) דוגמה-גוף תלוי מהתקלה ומהקיר**
גוף תלוי במנוחה מהתקלה באמצעות חוט ומחובר לקיר המאונך לתקלה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיוור).
מהי המתייחסות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?



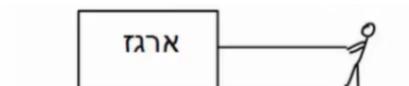
- 3) דוגמה-מסה על מסה**
במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק"ג הנמצאת במנוחה על שולחן.
על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק"ג.

- א. שרטט תרשימים כוחות לכל אחת מהמסות.
- ב. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.
- ג. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה.
- ד. חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

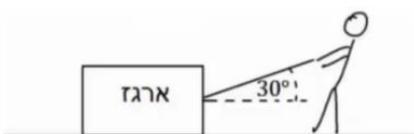
- 4) דוגמה-מסה על מסה על מסה**
שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקrukע במנוחה, כפי שנראה בציור.



- א. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעלה?
- ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?



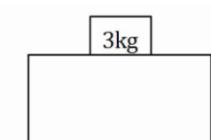
- 5) דוגמה-דני מושך במקביל לקרקע**
דני מושך ארגו במקביל לקרקע. ידוע כי מסת הארגו היא 20 ק"ג ומוקדם החיכוך הקינטי בין הארגו לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.
מצא מהו גודלו של הכוח שפעיל דני, אם הארגו נע במהירות קבועה?

6) ירון מושך בזווית

ירון מושך ארגז באמצעות חבל הנמתק בזווית של 30 מעלות ביחס לקרקע.

ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.

מצא מהו גודלו של הכוח שפעיל על ירון, אם הארגז נע במהירות קבועה?

7) גוף על שולחן

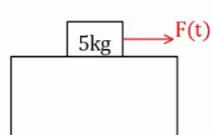
גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.4$.

א. מהו הכוח המקסימלי הנitin להפעיל על הגוף, כך שיישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה.

ב. מצא את גודלו וכיומו של החיכוך הסטטי.

8) כוח תלוי בזמן

גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

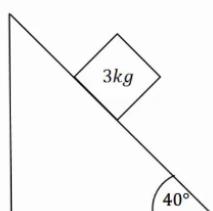
כוח אופקי התלויה בזמן $F(t) = 2 \cdot t^2$ פועל על הגוף ימינה.

מקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.

א. מהו הכוח המקסימלי הנitin להפעיל על הגוף, כך שיישאר במנוחה?

ב. מתי יתחל הגוף בתנועה?

ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

9) מסה בשיפוע

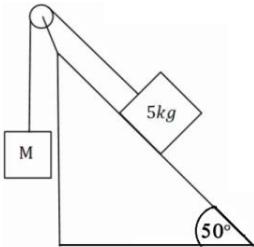
מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות.

בין המסה למדרון קיימים חיכוך,

ומקדם החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.9$.

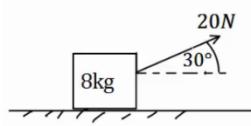
א. שרטט תרשימים כוחות לבעה.

ב. מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.

**10) מסה בשיפוע ומסה באוויר**

מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.

- מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה. כתת נתון שבין המסה למזרן קיים חיכוך, ומקדמים החיכוך הסטטי הוא: $\mu_s = 0.3$.
- מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.

**11) דוגמה-כוח בזווית 30 מעלות**

כוח של 20 ניוטון פועל בזווית של 30 מעלות מעלה האופק. הכוח מופעל על ארוג בעל מסה של 8 ק"ג.

הארוג נמצא במנוחה ונתון כי בין הארגז לרצפה קיים חיכוך. מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם: $\mu_k = 0.1$, $\mu_s = 0.2$.

- בדוק האם הארגז נשאר במנוחה או מתחילה נוע?
- כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה?
- חזור על הסעיפים אם הכוח היה בזווית של 70 מעלות.

12) דוגמה-מרחק עצירה

דני נוסע במכוניתו במהירות של 54 קמ"ש, ולפתע הוא מבחין כי רמזור הנמצא 50 מטרים לפניו הופך לאדום. דני לוחץ על הבלמים ומתחליל בעצירה.

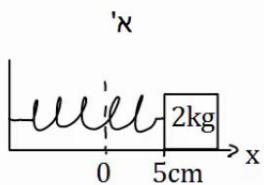
מקדם החיכוך הקינטי בין הגלגלים לרצפה הוא: $\mu_k = 0.3$. הנתה שהגלגלים ננעלים ואין למוכנית מערכת ABS.

- אם דני יספיק לעצור לפני הרמזור?
- בדוק שוב האם דני יספיק לעצור, אך הפעם הוסף זמן תגובה של שנייה אחת (זמן מהרגע שבו דני מבחין באור עד אשר הוא לוחץ על הבלמים).

13) דוגמה 1-קפיץ

גוף בעל מסה של 2 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע

$$\text{קפיץ} = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}} = k. \text{ בין הגוף למשטח אין חיכוך.}$$



- א. מושכים את הגוף למרחק 5 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפואי ומשחררים אותו.

מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

- ב. דוחפים את הגוף למרחק 10 ס"מ מהנקודה בה

הקפיץ רפואי ומשחררים אותו.

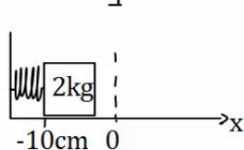
מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

cut נתון כי בין הגוף למשטח קיים חיכוך, ומוקדם

$$\text{החיכוך הסטטי הוא: } \mu_s = 0.2.$$

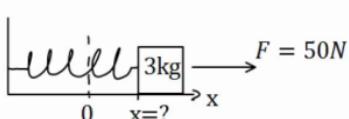
- ג. מהו המרחק המקסימלי בו ניתן להניח את הגוף קשור

לקפיץ כך שיישאר במנוחה?

**14) דוגמה 2-קפיץ**

גוף בעל מסה של 3 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע

$$\text{קפיץ} = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} = k. \text{ בין הגוף למשטח אין חיכוך.}$$



על הגוף פועל כוח ימינה שגודלו 50 ניוטון.

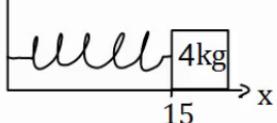
קבע את ראשית הצירים בנקודת הרפינו של הקפיץ.

היכן נמצאת נקודת שיווי המשקל (הנקודה בה סכום הכוחות שווה לאפס)?

15) דוגמה 3-קפיץ

גוף בעל מסה של 4 ק"ג מחובר לקיר באמצעות קפיץ

$$\text{בבעל קבוע קפיץ} = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}} = k. \text{ בין הגוף למשטח אין חיכוך.}$$



אורכו הרפוי של הקפיץ הוא 10 ס"מ.

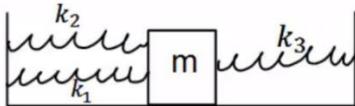
- א. חשב את הכוח שפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף למרחק 15 ס"מ מהקיר.

- ב. חשב את הכוח שפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף למרחק 6 ס"מ מהקיר.

- ג. חשב את תאוצת הגוף בכל נקודה אם על הגוף פועל כוח שגודלו 10 ניוטון שמאלה.

16) מסה עם שלושה קפיצים

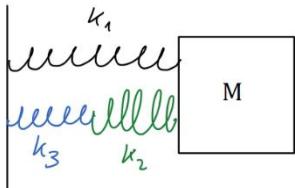
שלושה קפיצים מחוברים למסה $m = 2\text{kg}$, כפי שנראית באיוור.
אין חיכוך בין המסה לרצפה.



$$\text{נתנו כי: } k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}, k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}, k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

הנת כי כל הקפיצים רפוויים באותו המוקודת.

מהי תאוצת המסה כאשר היא נמצאת במרחק 20 ס"מ מנקודת שיווי המשקל?

17) שלושה קפיצים שווים

באיוור הבא, המסה $m = 4\text{kg}$ מחוברת ושלושה קפיצים בעלי קבועי קפץ שונים. הנח שכל הקפיצים רפוויים כאשר המסה נמצאת ב-0 = x.

מהי תאוצת המסה, כאשר מיקומה הוא: $x = 0.2\text{m}$

$$\text{אם קבועי הקפיצים הם: } ? k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}, k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}, k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

18) כוח אופקי תלוי בזמן

כוח אופקי שגודלו $F = 2t$ פועל על גוף, כאשר הזמן t נתון בשניות והכוח F בニュוטונים.

מסת הגוף 2kg והוא נמצא במנוחה על משטח אופקי.

מקדמי החיכוך בין הגוף למשטח: $\mu_k = 0.15, \mu_s = 0.2$. מצא את:
א. זמן תחילת התנועה.

ב. כוח החיכוך בזמן $t = 0.5\text{sec}$.

ג. תאוצת הגוף כפונקציה של זמן.

ד. מהירות הגוף לאחר 4 שניות.

ה. מיקום הגוף לאחר 4 שניות.

19) כוח בזווית תלוי בזמן

הגוף שבציור מונח על הרצפה, בזמן $t = 0$ מתחלף פעולה על הגוף כוח שגודלו $F = 2t$ הזמן בשניות והכוח בニュוטונים. הכוח פועל בזווית $\alpha = 37^\circ$ יחסית לציר התנועה. מסת הגוף היא 2kg .

נתנו כי מקדם החיכוך הסטטי והקינטי בין הגוף והרצפה הוא: $\mu = 0.2$.

$$\text{לפשטות החישוב קחו: } g = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \sin \alpha = 0.6, \cos \alpha = 0.8.$$

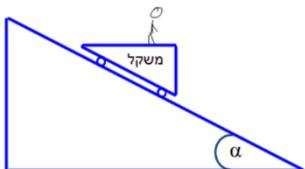
א. متى יתחלף הגוף לנوع?

ב. מהי מהירות הגוף לאחר 4 שניות?

ג. מה המרחק שהתקדם הגוף עד לnitokro מהקרקע?

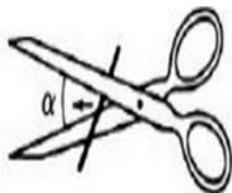
(20) אדם על קרוןית על מישור משופע*

אדם בעל מסה m עומד על משקל המחבר בצורה אופקית לקרונית. מסת הקרןית היא M ונתון כי היא מחליקה ללא חיכוך על פני מישור משופע בזווית α .



הניחו שהחיכוך בין רגלי האדם לקרונית מספיק גדול, כך שאיןנו נע ביחס אליה.

- מה מורים המאזניים?
- מצא את מקדם החיכוך המינימלי בין רגלי האדם והקרןית על מנת שהאדם לא יחליק ביחס לקרונית.
- כעת הנה כי אין חיכוך בכלל בין האדם לקרונית. מה תהיה תואצת הקרןית במצב זה? (כל עוד האדם נמצא על הקרןית).
- מה יורה המשקל במצב המתואר בסעיף ג'?

(21) מספריים חותכות חוט**

אדם מנסה לחותך חוט מתכת בעזרת מספריים. החוט חופשי לנעו והוא מחליק על המספריים עד שזווית המפתח של המספריים היא α , בזווית זו המספריים מתחילות לחותך את החוט.

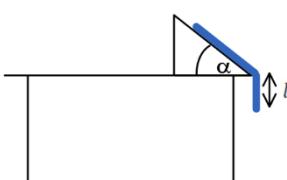
- צייר את הכוחות שפעלים על החוט.
 - מצא את מקדם החיכוך בין המספריים לחוט.
 - הראה שהזווית α אינה תליה בכוח הכבוד כאשר המספריים במצב אופקי.
 - כעת, מסובבים את המספריים בזווית β סביב ציר העובר בבורג המספריים. כיוון הסיבוב הוא נגד השעון, כך שהחותט עולה כלפי מעלה.
- הראה כעת שהשינוי בזווית α הוא לפי: $\mu_0 + \Delta\mu = \mu$ כאשר μ_0 הוא

$$\text{המקדם שמצוות בסעיף ב'} = -\frac{mg \sin \beta}{F \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

אם המספריים יחתכו יותר מוקדם או יותר מאוחר?

(22) חבל מחליק משולחן משופע**

חבל בעל מסה M ואורך L נמצא על מישור משופע בזווית α שנמצא על שולחן כך שחלק משטלשל מהשולחן מטה. בין החבל לשולחן יש מקדם חיכוך קינטי וסטטי μ . בזמן $t=0$ יש חבל באורך 1 המשטלשל מקצה השולחן, ונמצא במנוחה.

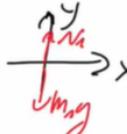


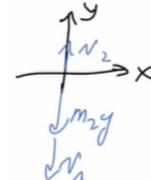
מהו הגובה של קצה החבל (y) מתחת לשולחן כתלות בזמן? הניחו כי החבל בעל עובי אפס ויש חיכוך רק עם החלק העליון של המישור.

תשובות סופיות:

(1) $T_1 \approx 22.0\text{N}, T_2 \approx 26.9\text{N}$

(2) $T_2 \approx 19.6\text{N}, T_1 \approx 26.4\text{N}$

(3) א. מסה 2 ק"ג : 



ד. 50N .

ג. 20N .

ב. 20N .

ב. 60N למעלה

א. 30N (4)

40N (5)

T \approx 41.3N (6)

ב. 10N .

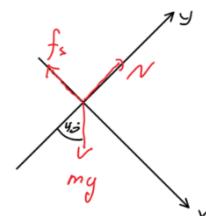
א. 12N . (7)



ב. $\sqrt{10} \text{ sec}$

א. 20N (8)

ב. N (9)



א. $M_{\min} = 2.87\text{kg}, M_{\max} = 4.79\text{kg}$ ב. $M = 3.83\text{kg}$ (10)

ב. $t \approx 6.82\text{ sec}$ (11)

ג. סעיף א': נשאר במנוחה, סעיף ב': אין משמעות.

ב. לא, כי $\Delta x = 52.5\text{m} > 50\text{m}$

א. כן, כי $\Delta x \approx 37.5\text{m} < 50\text{m}$ (12)

ב. גודל: $a = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, הכוון חיובי.

א. גודל: $-1.25 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, הכוון חיובי. (13)

ג. $x = 8\text{cm}$.

x = $\frac{1}{2}\text{ m}$ (14)

ג. סעיף א': $a = -3.13 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

ב. F = 2N

א. F = -2.5N (15)

סעיף ב': $a = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

a = $-2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ (16)

$$a \approx 0.326 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad (17)$$

$$a = \begin{cases} 0 & 0 < t < 2 \\ t - \frac{3}{2} & 2 < t \end{cases} \quad f_s = 1\text{N} \quad \text{ב.} \quad t = 2 \text{ sec.} \quad \text{א.} \quad (18)$$

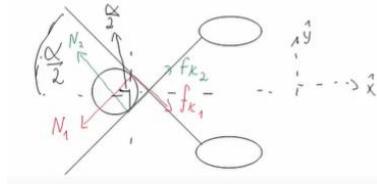
$$x(t=4) = 2.3\text{m} \quad \text{ה.} \quad v(t=4) = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ט.}$$

$$x = 467\text{m} \quad \text{ב.} \quad v(t=4) = 1.53 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad t \approx 2.17 \text{ sec.} \quad \text{א.} \quad (19)$$

$$a_x = \frac{(M+m)g \sin \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} \quad \text{ב.} \quad \mu_{s \min} = \tan \alpha \quad \text{ב.} \quad N_2 = mg \cos^2 \alpha \quad \text{א.} \quad (20)$$

$$N_2 = m \left(g - \left(\frac{(M+m)g \sin \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} \right) \sin \alpha \right) \quad \text{ט.}$$

$$\text{ג. הוכחה.} \quad \mu_k = \tan \frac{\alpha}{2} \quad \text{ב.}$$



ד. הוכחה. החוט יחתך יותר מאוחר.

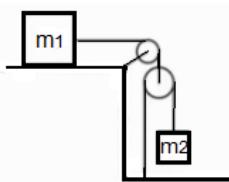
$$y(t) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\beta}{k} \right) \left(e^{\sqrt{\frac{k}{M}}t} + e^{-\sqrt{\frac{k}{M}}t} \right) - \frac{\beta}{k} \quad (22)$$

גלגלות נעות ומכפלי כוח:

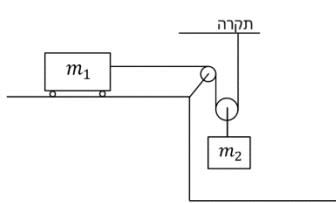
רקע:

נבטא את אורך החוט באמצעות מיקום הגוף וקבועים ונגזר.

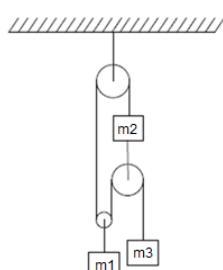
שאלות:



- 1) גלגולות וגזרה בזמן של אורך החוט
במערכת הבאה מסות הגוף ידועות.
אין חיכוך בין המסות למשטח.
מצא את תאוצות הגוף ואת המתייחסות בחוטים.



- 2) אחת תליה מהתקלה ואחת על שולחן
במערכת הבאה המסה m_1 נמצאת על שולחן חסר חיכוך
ומחברת באמצעות חוט אידיאלי כפי שמתואר באירור.
הגיגולות אידיאליות ו- m_2 נתונה.
מצא את התאוצה של כל מסה כל עוד הן לא נופלות
מהשולחן או פוגעות ברצפה.



- 3) מערכת גלגולות מסובכת
מצאו את תאוצות הגוף במערכת הבאה.
מה התנאי לכך שהמסה m_3 תנוע כלפי מעלה
אם נתון שהמערכת מתחילה ממנוחה?

תשובות סופיות:

$$a_1 = \frac{2m_2g}{4m_2 + m_1} \quad (1)$$

$$a_1 = \frac{m_2g}{2m_1 + \frac{m_1}{2}}, \quad a_2 = \frac{m_2g}{4m_1 + m_2} \quad (2)$$

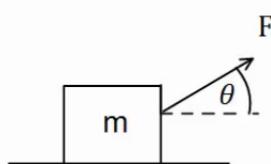
$$a_3 < 0, \quad a_3 = \left((m_2 + m_3)(4m_2 + m_1) + 4m_2^2 \right) \quad (3)$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

(1) זווית אופטימלית למשיכה

כוח F מושך ארגו בעל מסה m בזווית θ מעלה האופק. מקדם החיכוך בין הארגו לקרקע הוא μ .

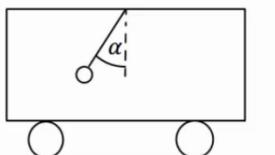


א. מצא את תאוצה הכוח כתלות בפרמטרים הרשומים בשאלת.

- ב. הנח כי מקדם החיכוך הקינטי הוא 0.3. בדוק באילו מהערכים הבאים של הזווית יש את התאוצה הגבוהה ביותר: $45^\circ, 30^\circ, 20^\circ, 10^\circ, 0^\circ = \theta$.
- ג. מצא את הזווית המדויקת בה התאוצה תהיה מקסימלית. השתמש בנגזרת.

(2) מטוטלת מכונית

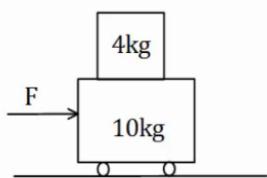
מטוטלת קשורה לתקרת מכונית. המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה α , ביחס לאנך לתקרת המכונית.



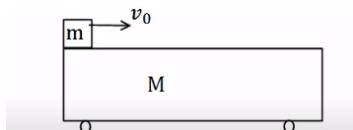
- א. מצא מהי תאוצה המכונית (גודל וכיוון)?
ב. האם ניתן לדעת מה כיוון תנועת המכונית?

(3) מסה של 4 על עגלת של 10

מסה של 4 ק"ג מונחת מעלה עגלת בעלת מסה של 10 ק"ג. החיכוך בין העגלת למשטח זיניח.



מקדם החיכוך הסטטי בין המסות לעגלת הוא $\mu_s = 0.2$. כוח אופקי F מופעל על המסה התחתונה ימינה. מהו הכוח המקסימלי הנitin להפעיל כך שהמסה העליונה לא תחליק על העגלת.

4) מסה מחליקה על עגלה

מסה m מונחת על עגלה בעלת מסה M , הנמצאת במנוחה.

המסה מונחת בקצתה השמאלי של העגלה.

נותנים למסה העליונה (בלבד) מהירות התחלתית v_0 .

בין המסה לגג העגלה קיים חיכוך, והחיכוך בין העגלה למשטח זניח.

$$\text{נתון : } M = 12\text{kg}, m = 3\text{kg}, \mu_k = 0.2, v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \mu = ?$$

א. מצא את הביטויו למיקום ולמהירות המסה, כתלות בזמן.

ב. מצא את הביטויו למיקום ולמהירות העגלה, כתלות בזמן.

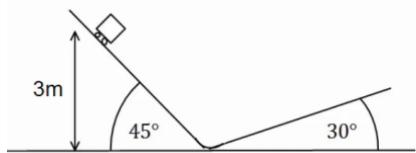
ג. מהי המהירות הסופית של שני הגוףים, בהנחה שהמסה לא נופלת מהעגלה.

5) מסה צמודה למשאית

מסה m מונחת בצדוד לחילה הקדמי של משאית.

בין המסה למשטח קיים חיכוך. נתון : m , μ .

מהי התאוצה המינימלית הדורשיה למשאית על מנת שהמסה לא תיפול?

6) קופסה בין מדרונות

קופסה קטנה עם גלגלים מונחת על מישור משופע בעל זווית של 45 מעלות.

ה קופסה משוחררת ממנוחה מגובה של 3 מטרים ומתחליה בתנועה.

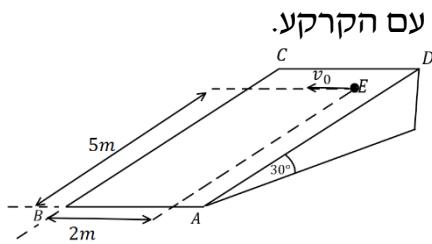
בתחלת המדרון הקופסה עברה למדרון משופע אחר בעל זווית של 30 מעלות.

הזנח אפקטיבים המתרחשים בעת המעבר והנח כי גודל מהירות הקופסה במעבר בין המדרונות נשאר זהה.

א. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הקופסה במדרון השני?
נחש מה יקרה לאחר מכן.

ב. חזר על סעיף א' אם נהג הקופסה שכח לשחרר את מעצור היד של הגלגלים וקיים חיכוך קינטי בין הקופסה למשטח.

$$\text{מקדם החיכוך הוא : } \mu_k = 0.2$$

7) זריקה אופקית על מישור משופע

מישור משופע חלק ABCD יוצר זווית של 30 מעלות עם הקרקע.
הנקודה E נמצאת במרחק 5m מהצלע AB
ובמרחק 2m מהצלע BC.

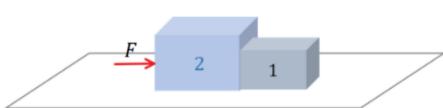
מן הנקודה E נזרק כדור קטן על הלוח,
במהירות התחלתית v_0 שכיוונה מקביל לצלע AB.

- צייר מערכת צירים, ורשו את הכוחות הפועלים על הכדור בעת תנועתו על הלוח בכל ציר.
- מהי צורת המסלול של הכדור על הלוח?
- מצא את v_0 , עבורה הכדור יגיע בדיקן נקודה B.
- מהי מהירות הcador בנקודה B עבורה ה- v_0 שמצויה בסעיף ג'?

8) כוח דוחף שתי קופסאות צמודות

שתי תיבות נמצאות צמודות זו לזו על משטח אופקי חסר חיכוך.

משקלות התיבות הם: $m_1 = 3\text{kg}$ ו- $m_2 = 5\text{kg}$.

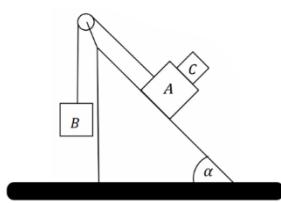


כוח אופקי דוחף את תיבה 2 שדוחפת את תיבה 1, כפי שמתואר בתרשימים.
גודל הכוח הוא $N = 16$.
חשב את:

- התואכה של כל תיבה.
- הכוח הנורמלי $N_{1 \rightarrow 2}$, שבו התיבה הראשונה דוחפת את השנייה.
- הכוח הנורמלי $N_{2 \rightarrow 1}$, שבו התיבה השנייה דוחפת את הראשונה.

9) גוף על גוף במישור משופע

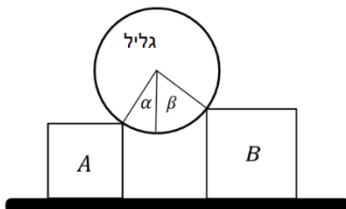
גוף A בעל מסה m_A , גוף B בעל מסה m_B מחוברים באמצעות חוט וגלגלת, כמו תואר באирו.



גוף A מונח על מישור משופע חלק בעל זווית α .
גוף C בעל מסה m_C מונח על הגוף A.

מקדם החיכוך הסטטי בין הגוףים A ל-C הוא μ_s .

- מהי המסה המרבית של הגוף B, כך שהגוףים C ו-A ינועו יחדיו במעלה המישור?
- מהי תאוצת הגוףים והמתיחות בחוט, אם המסה של הגוף B היא זאת שמצויה בסעיף א'?
- מהן תאוצות הגוףים אם המסה של הגוף B גדולה מזו שמצויה בסעיף א'
ומקדם החיכוך הקינטי הוא μ_k ?

10) גליל על שני ארוגזים

גליל אחד, שמסתו m מונח על שני ארוגזים
משמעותיהם : $m_A = 2m$, $m_B = m$.

לאrugזים גבהים שונים והם מונחים על משטח אופקי.
בין הגליל לאrugזים אין חיכוך.

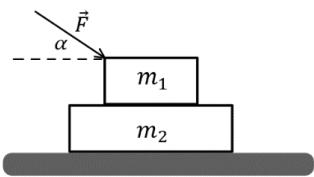
כשהמערכת נמצאת בשיווי משקל יוצרים הרדיוסים
של הגליל, הנוגעים בפינות האrugזים זווית של : $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$.

עם האנק לקרקע, ראה איור. נתונים : g , m .

א. מה הכוח שפועל כל ארוג על הגליל?

ב. בהנחה שקיים אותו מקדם חיכוך בין הארוגזים והמשטח,

מהו גודלו המינימלי של מקדם החיכוך, כך שהמערכת תישאר בשיווי משקל?

11) כוח דוחף גוף על גוף

שני גופים זהים משמעותם : $m_1 = m_2 = m$, מונחים
זה על גבי זה, על גבי שלוחן אופקי (ראה איור).
בין הגוף קיימים חיכוך, ומקדמי החיכוך הקינטי
והסתטי הם : μ_k , μ_s .

כוח חיצוני \vec{F} מופעל על הגוף העליון בזווית α מתחת לאופק.

הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים : μ_k , μ_s , m , g , F , α .

א. בהנחה שהגוף נעים ייחדיו, מהי התאוצה המשותפת?

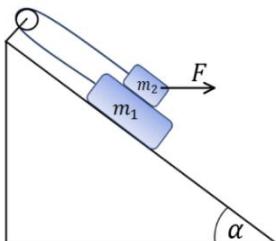
ב. בהנחה שהגוף נעים ייחדיו, מהו גודלו של כוח החיכוך בין הגוף?

ג. מהו גודלו המקסימלי של \vec{F} , כך שהגוף ינוע ייחדיו?

ד. נתון כי : $\mu_k = 0.2$, $\mu_s = 0.15$, $\alpha = 30^\circ$.

מצא את תאוצת כל גוף, כאשר הכוח הדוחף הוא : $F = \frac{1}{2}mg$

ה. חוזר על סעיף ד' כאשר $F = 3mg$.

12) מסה על מסה מחוברות בגלגלת

נתונה מערכת הכוללת שני גופים : $m_1 = 4\text{kg}$, $m_2 = 3\text{kg}$ הגופים קשורים על ידי חוט וגלגלת אידיאלית,
ומונחים על מישור משופע בעלי זווית $\alpha = 30^\circ$.

מקדמי החיכוך בין הגוף הם : $\mu_k = \mu_s = 0.4$,

ומകדמי החיכוך עם המישור הם : $\mu_k = \mu_s = 0.3$.

כוח אופקי F פועל על m_2 .

א. מהו ה- F המקסימלי, כך שהגוף יישארו במנוחה?

ב. אם $N = 40\text{N}$, מהי תאוצת הגוף?

13) זמן לעלות וירידת מדרון עם חיכוך

גוף נזרק במעלה מדרון משופע ב מהירות התחלתית v_0 .

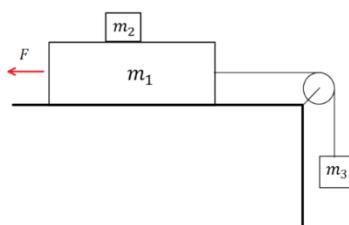
זווית השיפוע של המדרון היא θ ומקדמ החיכוך בין המדרון לגוף הוא μ_k .

א. מצאו כמה זמן ייקח לגוף לחזור לנקודת ההתחלה
(בנחתה שהוא לא נשאר במנוחה בשיא הגובה)?

ב. מה היחס בין מהירות הסופית ומהירות התחלתית של הגוף?

14) גוף על גוף וכוח מושך

במערכת שבאיור המסות נתונות.



נתונות גם מקדמי החיכוך בין m_1 למשטח μ_{s_1} , μ ,
ומקדמי החיכוך בין m_1 ל- m_2 , μ_{s_2} , μ_{k_2} .

הכוח F באיזור מתיחס רק לסעיף ב.

א. מהן תאוצות הגוףים והמתיחות בחוט

בנחתה ש- m_2 נעה בתאוצה יחסית ל- m_1 ?

ב. מהו הכוח המינימלי F שיש להפעיל כדי שהמסות ינועו יחדיו?

15) תיבה על מכונית משולשת

מכונית עם זווית בסיס α נוסעת בתאוצה קבועה.

מניחים תיבה בעלת מסה m על דופן המכונית.

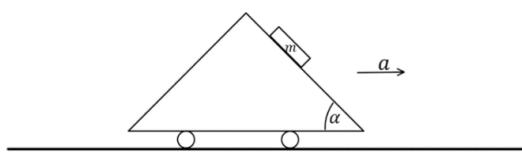
א. מצאו את גודלו של כוח החיכוך

בין המכונית לתיבה אם ידוע

שתאצת המכונית היא a ימינה

והתיבה לא מחליקה על הדופן.

ב. מהו μ_s המינימלי המאפשר מצב זה?

**16) כדור בתא מטען משופע**

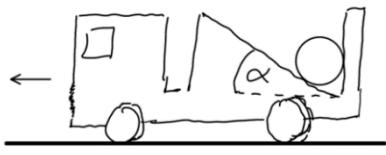
למשאית באיזור תא מטען משופע בזווית α

ובסופה דופן אנכית.

בתוך תא המטען יש כדור בעל מסה M .

המשאית נוסעת בתאוצה קבועה a שמאלה.

מצאו את הכוחות הנורמלים שפועלים על הכדור בהנחה שאין חיכוך.



תשובות סופיות:

$$\theta_0 \approx 16.6992^\circ \text{ ג.} \quad \theta = 20^\circ \text{ ב.} \quad a = \frac{F}{m} (\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - \theta_k g \text{ נ.} \quad (1)$$

א. גודל: α , $a_x = g \tan \alpha$; כיוון: חיובי ב. לא

$$F = \mu_s (m_1 + m_2)g = 28N \quad (3)$$

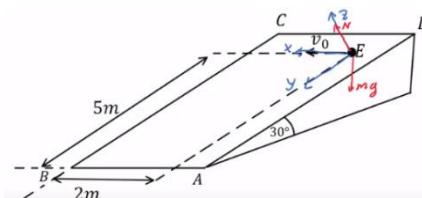
$$v_1(t) = 20 - 2t, \quad x_1(t) = 0 - 20t - \frac{1}{2}t^2 \text{ א. מיקום-זמן: } \quad (4)$$

$$v_2(t) = 0 + \frac{1}{2}t, \quad x_2(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}t^2 \text{ ב. מיקום-זמן: } \quad (5)$$

$$v_2(t=8) = 4 \frac{m}{sec} \text{ ג.}$$

$$a_{min} = \frac{g}{\mu_s} \quad (6)$$

$$h_{max} = 1.78m \text{ ב.} \quad h_{max} = 3m \text{ נ.} \quad (7)$$



$$v_0 = \sqrt{2} \frac{m}{sec} \text{ ג.} \quad \text{פרבולת כמו בזריקה אופקית.} \quad (8)$$

$$v_{x(t_B)} = \sqrt{2} \frac{m}{sec}, \quad v_{y(t_B)} = 7.07 \frac{m}{sec} \text{ ט.}$$

$$N_{2 \rightarrow 1} = 6N \text{ ג.} \quad N_{1 \rightarrow 2} = 6N \text{ ב.} \quad a_1 = a_2 = 2 \frac{m}{sec^2} \text{ נ.} \quad (9)$$

$$m_{B_{max}} = \frac{(m_A + m_C)\mu_s \cos \alpha}{1 + \sin \alpha - \mu_s \cos \alpha} \text{ נ.}$$

$$a = g [\mu_s \cos \alpha -] \sin \alpha, \quad T = g (m_A + m_C) \mu_s \cos \alpha \text{ ב.}$$

$$a_c = (\mu_k \cos \alpha - \sin \alpha)g, \quad a_A = a_B = \frac{g(m_B - \mu_k m_C \cos \alpha - m_A \sin \alpha)}{m_A + m_B} \text{ ג.}$$

$$\mu_{s_{min}} = 0.464 \text{ ב.} \quad N_A = 0.732mg, \quad N_B = 0.518mg \text{ נ.} \quad (10)$$

$$f_s = \frac{F \cos \alpha}{2} \text{ ב.} \quad a = \frac{F \cos \alpha}{2m} \text{ נ.} \quad (11)$$

$$a = 2.17 \frac{m}{sec^2} \text{ ט.} \quad F_{max} = \frac{2\mu_s mg}{\cos \alpha - 2\mu_s \sin \alpha} \text{ ג.}$$

$$a_1 = 22.2 \frac{m}{sec^2}, \quad a_2 = 3.75 \frac{m}{sec^2} \text{ ה.}$$

$$a = 1.81 \frac{m}{sec^2} . \blacksquare \quad F_{max} = 31.05N . \text{ נ } \quad (12)$$

$$t = \frac{v_0}{g(\sin \theta + \mu_1 \cos \theta)} + \frac{v_0}{g \sqrt{(\sin^2 \theta - \mu_k^2 \cos^2 \theta)}} . \text{ נ } \quad (13)$$

$$\frac{v_f}{v_0} = \sqrt{\frac{\sin \theta - \mu_k \cos \theta}{\sin \theta + \mu_k \cos \theta}} . \blacksquare$$

$$a_1 = a_3 = \frac{m_3 g - \mu_{k_2} m_2 g - \mu_{k_1} (m_1 + m_2) g}{m_1 + m_3} , \quad a_2 = \mu_{k_2} g . \text{ נ } \quad (14)$$

$$F_{min} = m_3 g - \mu_{s_2} g (m_3 + m_2) - \mu_{s_1} (m_1 + m_2) g . \blacksquare$$

$$\mu_{s_{min}} = \frac{g \sin \alpha - a \cos \alpha}{g \cos \alpha + a \sin \alpha} . \blacksquare \quad f_s = mg \sin \alpha - ma \cos \alpha . \text{ נ } \quad (15)$$

$$N_1 = \frac{Mg}{\cos \alpha} , \quad N_2 = M(a + g \tan \alpha) \quad (16)$$

פיזיקה 1 מ

פרק 6 - כוח גրר וכוח ציפה -

תוכן העניינים

85	1. כוח ציפה
86	2. כוח גרא, הסבר ודוגמה עם צנחו
(לא ספר)	3. כוח סטוקס
87	4. סיכום כוח גרא סטוקס וכוח ציפה
88	5. תרגילים מסכמים

כוח ציפה

רקע

כוח ציפה – כוח הפועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכבוד.

$$F_b = \rho_l V g$$

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

שאלות

1) שני כדורים קשורים בחוט בתוך המים

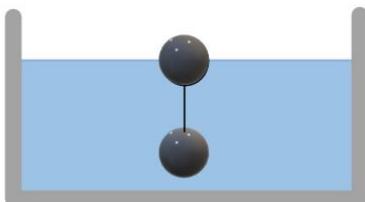
שני כדורים בעלי נפח זהה $V = 20\text{ cm}^3$ קשורים בחוט זה לזה.

מניחים את ה כדורים במים ולאחר זמן רב רואים שהמערכת התייצבה כך שכדור 1 נמצא כולו בתחום המים ורך חצי מנפחו של כדור 2 שקע בתחום המים. ראה איור.

המסה של כדור 1 גדולה פי 4 מזו של כדור 2.

א. מהי המסה של כל כדור?

ב. מהי צפיפות המסה של כל כדור?



תשובות סופיות

$$\rho_1 = 1.2 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}, \rho_2 = 0.3 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3} \quad \text{ב.} \quad m_1 = 24\text{gr}, m_2 = 6\text{gr} \quad \text{א. (1)}$$

כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן

רקע

כוח גרר הוא כוח מהצורה

$$\vec{F} = -k\vec{v}$$

כאשר \vec{v} היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משווהה הבודלת את x , v ו- a . בדרך מגאים אליה ממשוואת הבודות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על כדור בתוך נוזל

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R\vec{v}$$

η - צמיגות הנוזל

R - רדיוס הכדור

שאלות



1) הסבר ודוגמה עם צנחן

צנחן קופץ ממוטס ופותח מצנה.

נתון כי כוח החיכוך עם האויר הוא: $\vec{F} = -kv$.

א. מצאו את משווהת התנועה של הצנחן.

ב. מצאו את המהירות הסופית.

ג. מצאו את המהירות כפונקציה של הזמן אם הנפילה התחילה ממנוחה.

תשובות סופיות

$$v(t) = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right) \text{ ג.} \quad v_{yfinal} = \frac{mg}{k} \text{ ב.} \quad mg - kv_y = ma_y \text{ א.} \quad (1)$$

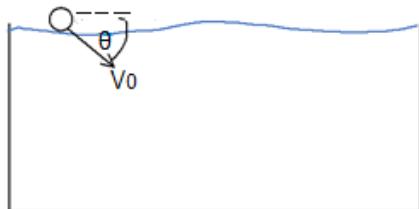
כדור נזרק לבריכה:

שאלות:

1) כדור נזרק לבריכה

כדור נזרק לתוך בריכה עם מהירות ההתחלתית v_0 בזווית θ עם פני המים.

נתונים :



צמיגות המים - g.

רדיוויס הכדור - R.

מהירות ההתחלתית - v_0 .

צפיפות המים - ρ_w .

צפיפות הכדור - ρ_b .

א. רשמו את המשוואת התנועה של הכדור.

ב. מצאו את המהירות הסופית של הכדור.

ג. מצאו את העומק המקסימלי אליו יגיע הכדור אם $\rho_b < \rho_w$.

תשובות סופיות:

(1) א. משוואות התנועה הן :

$$m = \rho_b \frac{4\pi R^3}{3}, C = (\rho_b - \rho_w)g \frac{4\pi R^3}{3}, k = 6\pi \eta R$$

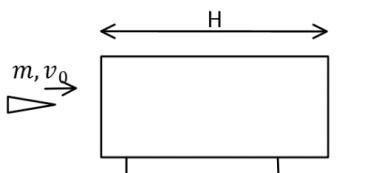
$$\text{ב. } v_{y\ final} = \frac{C}{k}, v_{x\ final} = 0$$

$$\text{ג. } y_{max} = \frac{mc}{k^2} \left[\frac{v_0 k}{C} \sin \theta - \ln \left(\frac{C}{C - kv_0 \sin \theta} \right) \right]$$

תרגילים מסכימים:

שאלות:

- 1) כוח גורר עם חיכוך קינטי**
 גופ בעל מסה M נע על מישור אופקי ב מהירות התחלהית v_0 ימינה. בין הגוף והמשיר יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא μ . בנוסף פועל על הגוף כוח התנגדות של האוויר $f = -\alpha v$, α קבוע.
 א. מצאו את המשוואת הכוונות על הגוף.
 ב. מהי מהירות הגוף בכל רגע?
 ג. מה מיקום הגוף בכל רגע? הנח כי ברגע $t=0$ מיקום הגוף הוא x_0 .
- 2) רכבת עוצרת**
 רכבת שמסתה 200 טון ומהירותה 30 מ'/'שנ', מתחילה לבטום כאשר כוח עוצר $F = -4000 \frac{N \cdot s}{m}$ פועל עליה. בעבר איזה מרחק תעבור הרכבת בתנאים האלה?
- 3) כוח גורר ריבועי ב מהירות**
 ב מהירותים גבוהות, גודל כח החיכוך שפעיל האוויר על כדור הוא: $F_d = kv^2$.
 א. מצאו את המהירות הסופית של כדור הנופל מגובה רב.
 זורקים כדור ישיר לעלה ב מהירות התחלהית השווה ל מהירות הסופית מסעיף א.
 ב. מהי תאוצה הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי מהירותו התחלהית אם הכדור בדרכו לעלה?
 ג. מהי תאוצה הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי מהירותו התחלהית אם הכדור בדרכו למטה?
- 4) כוח גורר מתכונתי ל מהירות בשלישית**
 קליע בעל מסה m נורה מלוע רובה ועובד דרך בול עץ בעובי H המקובע במקום. בכניסה לבול העץ מהירות הקליע v_0 וביציאה v_1 . במהלך התנועה בתוך העץ פועל על הקליע כוח מתכונתי ל מהירות בשלישית $f = -kv^3$, k קבוע. נתון כי הקליע חודר לבול העץ במקביל לקרקע וכי ההשפעה של כוח הכביד על תנועת הקליע זניחה.



- א. מצאו את מהירות הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ.
- ב. מהו מיקום הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ?
- ג. מהי מהירות הקליע בתוך הבול לאחר זמן אורך ביחס ל- $\frac{m}{kv_0^2}$
- ד. בטאו את מהירות היציאה כתלות ב מהירות הכניסה, אורך הבול, מסת הקליע, ומקדם החיכוך.

5) צוללת

צוללת שمسתה 20 טון שטה בכיוון אופקי ב מהירות 10 מ"ש/נ. ברגע מסוים, הצוללת מכבה את מנועה. מרגע זה פועל על הצוללת כוח עצירה בנתון ביביטוי: $\hat{F} = -\gamma v^2$, כאשר γ זה וקטור היחידה בכיוון התנועה. זהו הכוח היחיד הפועל על הצוללת. הניחו כי בכיוון האנכי אין תנועה. נתון כי 5 דקומות לאחר כיבוי המנוע מהירות הצוללת קטנה פי 4.

א. מהי מהירות הצוללת כפונקציה של הזמן?

ב. חשבו את הקבוע γ .

ג. מהו המרחק שעברה הצוללת בחמש הדקות מרגע כיבוי המנוע?

6) סירה עם כוח גור אקספוננציאלי

סירה שמסתה 50 ק"ג החלה את תנועתה ב מהירות 5 מ"ש/נ וモואatta על ידי כוח חיכוך הנתנו בנוסחה: $\hat{F} = -2e^{0.5v}$. יחידות המידה mks, v מהירות הגוף. הניחו שכוח החיכוך הוא הכוח היחיד הפועל על הסירה.

א. כמה זמן יעבור עד לעצירת הסירה?

ב. מהי מהירות הגוף בחצי מהזמן הנ"ל?

תשובות סופיות:

$$v(t) = \left(-\mu g + \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) \frac{m}{\alpha} . \quad \text{ב} \quad -\mu mg - \alpha v = ma . \text{ נ}$$

$$x(t) = \frac{m}{\alpha} \left((-\mu g)t + \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \left(\frac{1}{-\frac{\alpha}{m}} \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) + C , \quad C = x_0 + \left(\frac{m}{\alpha} \right)^2 \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) . \quad \lambda$$

$$x(t) \approx 6.1 \text{ km} \quad (1)$$

$$a = \frac{3}{4}g . \lambda \quad a = \frac{5}{4}g . \quad \text{ב} \quad v = \sqrt{\frac{mg}{k}} . \text{ נ} \quad (2)$$

$$x(t) = \frac{m}{k} \sqrt{\frac{2k}{m} t + \frac{1}{v_0^2}} - \frac{m}{kv_0} . \quad \text{ב} \quad v(t) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2k}{m} t - \frac{1}{v_0^2}}} . \text{ נ} \quad (3)$$

$$v(t) = \frac{1}{\frac{kH}{m} + \frac{1}{v_0}} = v_2 . \quad \text{ט} \quad v(t) \approx \frac{1}{\sqrt{2kt}} . \quad \lambda$$

$$\Delta x = 1.39 \cdot 10^3 \text{ m} . \quad \lambda = 20 \frac{\text{kg}}{\text{m}} . \quad \text{ב} \quad v(t) = \frac{1}{0.1 + 10^{-3}t} . \text{ נ} \quad (4)$$

$$v\left(t = \frac{45.9}{2}\right) \approx 1.23 \frac{\text{m}}{\text{sec}} . \quad \text{ב} \quad t = 45.9 \text{ sec} . \text{ נ} \quad (5)$$

פיזיקה 1 מ

פרק 7 - תנועה מעגלית -

תוכן העניינים

1. נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית.....	91
2. לא פעיל	(לא ספר)
3. הכוח המרכזי.....	97
4. -פרק ישן	(לא ספר)
5. וקטוריים בתנועה מעגלית.....	99
6. ----	(לא ספר)
7. --לא פעיל	(לא ספר)
8. ---לא פעיל	(לא ספר)
9. --- לא פעיל	(לא ספר)
10. תרגילים מסכמים.....	102
11. תרגילים מסכימים למתקדמים.....	106

נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית

רקע

- תנועה מעגלית היא תנועה על מעגל עם רדיוס קבוע.

יש להציב את הزاوية ברכינאים כיוון המהירות תמיד משיק למעגל	$S = \Delta\theta \cdot R$	הדרך בתנועה מעגלית
כיוון המהירות תמיד משיק למעגל	$v(t) = \frac{dS}{dt}$	גודל מהירות הקווית (speed) הרגעתית
f - הדרירות T - זמן המחזור הדרירות וזמן המחזור מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה	$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$	מהירות זוויתית
קשר ישיר בין הגדלים	$v = \omega R$	קשר בין המהירות הקווית לזרויתית
$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$	$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$	תאוצה רדיאלית לכיוון מרכז המעגל
$\Sigma F_z = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$ <small>למרכז המעגל</small>	$\Sigma F_z = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$ <small>למרכז המעגל</small>	הכוח
	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	תאוצה זוויתית
	$a_\theta = \frac{d \vec{v} }{dt} = \alpha R$	תאוצה משיקית
כאשר h ו- θ נמדדים מתחתיות המעגל	$h = R(1 - \cos \theta)$	הגובה במעגל אנכי

שאלות

1) דוגמה- נהג מרוצים

נהג מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוסו 50 מטר.

$$\text{מהירותו של הנהג כתלות בזמן היא: } v = \omega t .$$

א. מצא את המהירות הזוויתית של הנהג כתלות בזמן ומצא את הזווית של הנהג לאחר 5 שניות? (בנחתה כי התחילה מזווית אפס).

ב. متى ישלים הנהג את הסיבוב הראשון?

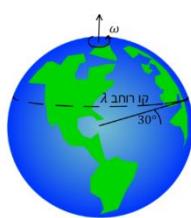


2) דוגמה- חישוב מהירות זוויתית של מוחוי שעון

חשב את המהירות הזוויתית של מוחוי השניות, מוחוי הדקות
ומוחוי השעות בשעון מוחגים.

3) חישוב מהירות זוויתית של כדור הארץ

א. חשב את המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב עצמו.



ב. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו המשווה

אם רדיוס כדור הארץ הוא בערך 6400 ק"מ?

ג. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו רוחב 30° ?

4) דוגמה- יובל מסובבת אבן

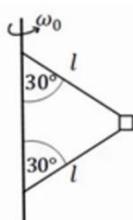
יובל קשורת אבן שمسתה 200 גרם לחוט באורך 0.7 מטר.

יובל מסובבת את האבן באמצעות החוט במעגל אופקי מעלה ראשונה

(כמו שמסובבים קלע). המהירות הזוויתית של האבן היא: $\omega = 12 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

מהי התאוצה הרדיאלית של האבן ומהי המתיichות בחוט?

הנח שכוח הכבוד זניח.



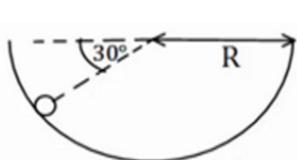
5) מסה קשורה לעמוד מסתובב

במערכת הבאה מסה m קשורה דרך שני חוטים למוט המסובב
במהירות זוויתית ω_0 . אורך החוטים זהה ושווה ל-1.

המהירות של החוטים עם המוט היא 30 מעלות.

מהי המתיichות בכל חוט? בשאלת זו כוח הכבוד אינו זניח.

נתונים: m , l , ω_0 .



- 6) כדור בקערה כדורית.**
 כדור קטן מונח בתחום קערה כדורית בעל רדיוס R .
 מניחים את הכדור בזווית של 30 מעלות ביחס לאופק.
 ונותנים לו מהירות תחלה של t_0 .
 מהו גודל המהירות התחלה הנדרש כך שהכדור
 יישאר בתנועה מעגלית בגובה קבוע?

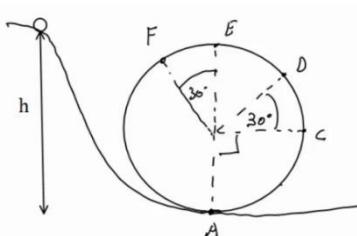
- 7) דוגמה-תאוצה זוויתית נהג המרוצים**
 מצא את התאוצה הזוויתית בדוגמה-נהג מרוצים (שאלה 1).

- 8) זווית משתנה בזמן**
 המיקום הזוויתי של נקודה על גבי שפת גלגל מסטובב נתונה
 ע"י: $\phi = 5t + 3t^2 - 2t^3$.
 א. מהי מהירות הזוויתית ב- $t = 2\text{ sec}$? $t = ?$
 ב. מהי התאוצה הזוויתית המומוצעת בין זמנים אלו?
 ג. מהי התאוצה הזוויתית הרגעית בזמנים אלו?

- 9) תאוצה משיקית קבועה**
 גוף נע במעגל בעל רדיוס R בתאוצה משיקית קבועה a_t
 ולא מהירות תחלה.
 מצאו את גודל התאוצה הרדיאלית:
 א. כפונקציה של הזמן.
 ב. כפונקציה של זווית הסיבוב.

- 10) תאוצה משיקית רדיאלית וכוללת**
 גוף נע במעגל שרדיוסו 3 מטר.
 הדרך שעובר הגוף נתונה ע"י: $s = 6t^2 + 3t$.
 חשב את התאוצה המשיקית, הרדיאלית והכוללת (כתלות בזמן).

- 11) דוגמה-כוח על נהג המרוצים**
 בדוגמה של נהג המרוצים (שאלה 1), מצא מה הכוח הפועל על המכונית
 אם מסת המכונית (כולל הנהג) היא טון אחד.
 מי מפעיל כוח זה?

12) דוגמה-כדור בלוֹפּ

כדור קטן מאד מתחילה להתגלגל ממנוחה מגובה $h = 6\text{m}$ ונכנס לתוך מעגל אנכי.

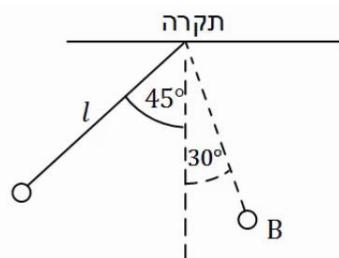
נתון שהכדור ממשים סיבוב ואין חיכוך בין הריצפה.
רדיוס המעלג הוא : $R = 2\text{m}$.

א. מצא את מהירות הכדור בכל הנקודות באוויר.
(רמז : שימור אנרגיה).

ב. מצא את התאוצה הרדיאלית של הכדור באותה נקודות.

ג. מצא את התאוצה בכיוון המשיק באותה נקודות.

ד. מצא את גודל התאוצה הכוללת באותה נקודות.

**13) כוחות במטוטלת**

מטוטלת משוחררת ממנוחה מזויה של 45 מעלות.
אורך החוט הוא l והמסה היא m .

א. מהירות המשקה תחתית המסלול?

ב. מהי המתייחות בחוט ברגע זה?

ג. מהי מהירות המשקה בנקודה B הנמצאת
בזווית 30 מעלות? ומהי המתייחות בחוט באותה נקודה?

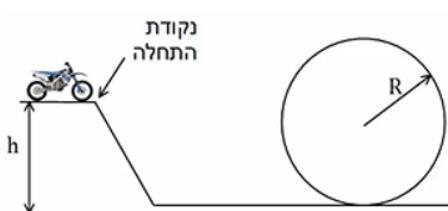
ד. מהי המתייחות בחוט בשיא הגובה וברגע השחרור?

14) רוכב אופנוּע במעגל אנכי

רוכב אופנוּע מתחילה תנועתו מנקודת התחלה שבציוור.
מהי המהירות התחלתית המינימלית הנדרשת עבור

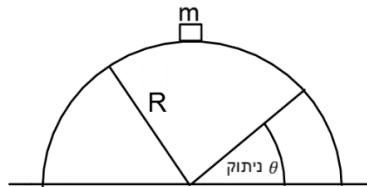
הרוכב כך שיוכל להשלים את הסיבוב האנכי.
הנח שהרוכב אינו משתמש במנוע לאחר
נקודת התחלה.

נתון : h , R .

**15) קופסה מחיליקה על גבעה מעגלית**

קופסה במשקל m מונחת על ראש גבעה בצורת
חצי מעגל ברדיוס R .

ה קופסה מתחילה להחליק לאחד הצדדים
מןוחה כאשר אין חיכוך בין להגבעה.
מצא באיזה זווית הקופסה מתנתק מהגבעה.



תשובות סופיות

$$12.5 \text{ sec} \quad \text{ב.} \quad \omega = \frac{2t}{25}, \theta \approx 57.3^\circ \text{ נ.} \quad (1)$$

$$1.75 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{מחוג דקotas:} \quad 0.105 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} : \text{ מחוג שניות:} \quad (2)$$

$$1.45 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} : \text{ מחוג שעות:} \quad (3)$$

$$400 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ ג.} \quad 465 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ ב.} \quad 7.27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \text{ א.} \quad (4)$$

$$T_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2}, T_2 = \frac{-mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2} \quad (5)$$

$$v = \sqrt{\frac{3gR}{2}} \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{2}{25} \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad (7)$$

$$\bar{\alpha} = -30 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \text{ ב.} \quad \omega(t=2) = -7 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \omega(t=4) = -67 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \text{ נ.} \quad (8)$$

$$\alpha(t=2) = 18 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}, \alpha(t=4) = -42 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \text{ ג.}$$

$$a_r = 2a_t\theta \text{ ב.} \quad a_r = \frac{(a_t \cdot t)^2}{R} \text{ נ.} \quad (9)$$

$$a_\theta = 12 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_r = (4t+1)^2 \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a = \sqrt{12^2 + 9(4t+1)^4} \quad (10)$$

$$\text{הכbesch מפעיל כוח זה.} \quad |F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2} \quad (11)$$

$$|F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2} : \text{ החיכוך מהכbesch} \quad (12)$$

$$v_A \approx 10.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_C \approx 8.94 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_D \approx 7.975 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_E \approx 6.32 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_F \approx 6.73 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ א.} \quad (13)$$

$$\cdot a_r = \frac{v^2}{R} \text{ וכיו', לפי הנוסחה} \quad a_{r_A} = 60 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{r_B} = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \text{ ב.}$$

$$a_{\theta_A} = 0, a_{\theta_C} = -g, a_{\theta_D} = -10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{\theta_E} = 0, a_{\theta_F} = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \text{ ג.}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} \text{ ד.}$$

$$T = 1.58mg \quad \text{ב.} \quad v = \sqrt{0.58gl} \quad \text{א.} \quad (14)$$

ג. מהירות : $T = mg(1.19)$, $v_B = \sqrt{0.32gl}$

ד. בשנייהם : $T = mg \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\theta = 41.8^\circ \quad (15)$$

הכוח המרכזי-

רקע

$$F_r = m\omega^2 R$$

בכיוון החוצה מהמעגל

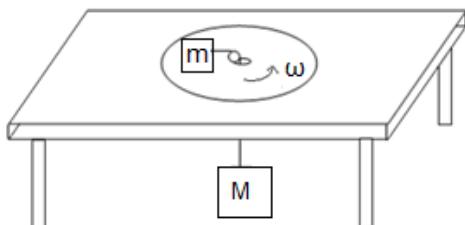
שימוש לב שהכוח המרכזי-הכוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות זו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

שאלות

1) מסה על שולחן מסתובב

מסה m מונחת על דיסק המסתובב על שולחן במהירות זוויתית קבועה ω .
המסה מחוברת לחוט העובר דרך מרכז השולחן ומחובר למסה m_s .
בין המסות m לדיסק יש חיכוך ומקדם החיכוך הסטטי הוא μ_s .
נתון: μ_s , m , μ , ω .

מהו הרדיוס המינימלי והרדיוס המקסימלי שבו ניתן להניח את המסה כך
שלא תזוז בכיוון הרדיאלי?



תשובות סופיות

$$r_{\max} = \frac{Mg \pm \mu_s mg}{m\omega^2} \quad (1)$$

וקטורים בתנועה מעגלית

רקע

וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$

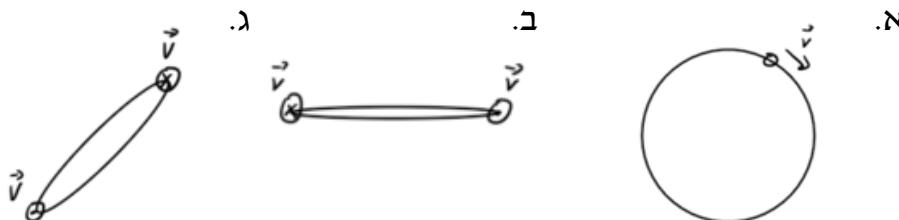
הקשר הכללי בין מהירות הקווית לזוויותית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויותית: $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

שאלות

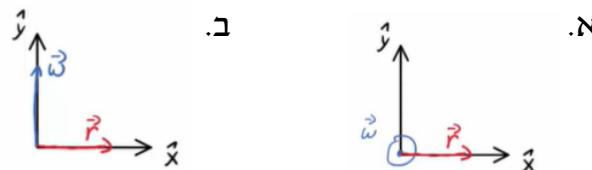
1) מציאת הכוון של אומגה

במקרים הבאים נתנו כיוונה של מהירות הקווית של גוף הנע במעגל. מצא את הכוון של מהירות הזוויותית בכל מקרה:



2) תרגיל לנוסחה $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

מצא את כיוון מהירות הקווית של הגוף במקומות הבאים בהנחה כי הגוף נע בתנועה מעגלית.



3) תאוצה זוויתית קבועה כוקטור

גוף נע במעגל בעל רדיוס קבוע שאינו ידוע.

התאוצה הזוויתית של הגוף קבועה ונوتנה לפי: $\vec{\alpha} = 2\hat{x} + 3\hat{y} + 1\hat{z}$ ביחידות של רדיאן לשניה בריבוע.

המיקום ההתחלתי ומהירות הזוויתית ההתחלתי הם: $\vec{r}_0 = 5\hat{x} + 3\hat{y} - 2\hat{z}$ ו- $\vec{\omega}_0 = -2\hat{x} + 3\hat{y} - 4\hat{z}$ בradian לשניה. מצא את גודל מהירות הקווית של הגוף ב- $t = 2\text{ sec}$.

4) דוגמה-וקטור המיקום של נаг המרוצים

מצאו את וקטור המיקום כתלות בזמן בדוגמה עם נаг המרוצים :
 נаг מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוס 50 מטר. מהירותו של הנаг כתלות בזמן היא $v(t) = 4t$.

א. מצאו את מהירות הזוויתית של הנаг כתלות בזמן, ומצאו את הזווית של הנаг לאחר 5 שניות (בנחיה כי התחילה מזווית אפס).

ב. متى يصلים הנаг את הסיבוב הראשון?

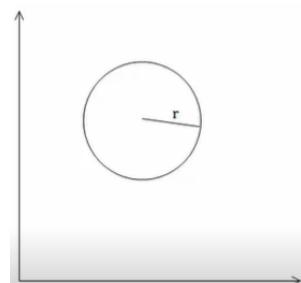
5) תנועה מעגלית שאינה סביב הראשית

גוף נע על מעגל ברדיוס 3m.

הגוף חולף דרך הנקודה (5,4) ביחס לראשית הצירים O.

נתון כימרכז המעגל נמצא ב- (5,7) ומהירות הזוויתית היא : $\omega = \frac{2\pi}{20} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

- א. מצא את וקטור המיקום של הגוף כפונקציה של הזמן.
- ב. מצא את וקטור מהירותו של הגוף כפונקציה של הזמן.
- ג. מצא את וקטור התואוצה של הגוף כפונקציה של הזמן.
- ד. מצא את מהירות הממוצעת בין $t = 5 \text{ sec}$ ל- $t = 10 \text{ sec}$.
- ה. מצא את תחום הזווית ביחס לראשית בו נע וקטור המיקום.
- ו. מצא את תחומי הגודלים של וקטור המיקום.



תשובות סופיות

ג.

ב.

⊗ א. (1)

 $-\hat{z}$ ב. \hat{y} א. (2)

$$63.63 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (3)$$

$$\vec{r} = 50 \cos\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{x} + 50 \sin\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{y} \quad (4)$$

$$\vec{r} = \left(5 + 3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right), 7 + 3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \right) . \text{א.} \quad (5)$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \left(-3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \frac{\pi}{10}, 3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \frac{\pi}{10} \right) . \text{ב.}$$

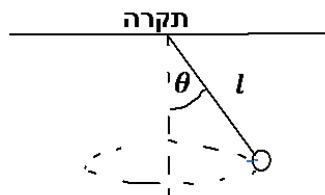
$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \left(\frac{-3}{5}, \frac{3}{5} \right) . \text{ט} \quad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = -\omega^2 \vec{r} . \text{ג.}$$

$$r_{\max} = 8.6 + 3, r_{\min} = 8.6 - 3 . \text{ו.}$$

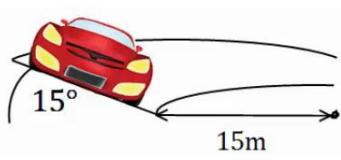
$$\theta_{\min} = 34.5^\circ, \theta_{\max} = 74.9^\circ . \text{ו.}$$

תרגילים מסכימים:

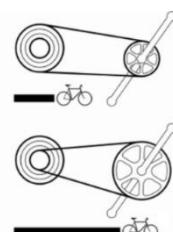
שאלות:



- (1) מטוטלת מסתובבת אופקית
מטוטלת בעלת אורך l מסתובבת סביב ציר האנכ לתקרה בזווית מפתח קבועה θ . נתון: l , θ .
מצא את התדרות וזמן המחזור של הסיבוב.



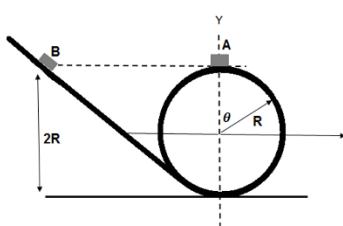
- (2) מכונית במחלף
מכונית נוסעת על מחלף משופע.
זווית השיפוע של המחלף היא 15 מעלות.
רדיווס הסיבוב של המחלף הוא 15 מטרים.
אם נניח שלמכונית אין חיכוך עם הכביש,
מה מהירותה בה צריכה לנסוע המכונית על מנת לא להחליק?



- (3) הילוכי אופניים
הילוכים של אופניים מורכבים משני גלגלי שניינים ברדיוסים שונים ושרשרת המקיפה את שני הגלגלים. כאשר השרשרת מתוחה האורך שלה קבוע. מצאו את הקשר בין מהירות הסיבוב של גלגלי השניים אם הרדיוסים שביהם מקיפה השרשרת כל אחד מהגלגלים ידועים.

- (4) שני גופים על מסילה מעגלית אנכית (כולל עבודה ואנרגיה)
מסילה מעגלית חלקה, דקה ובעלת רדיוס R מוצבת במישור אנכי.
מישור משופע וחולק משיק למסילה ומשתלב בה כמתואר בתרשימים.
מציבים את בול A בגובה $2R$ ואת בול B על המישור המשופע בגובה זהה מהרצפה.
נותנים ל-A דחיפה קלה ועווזבים את B מ מצב מנוחה.
שני הגוף מחליקים,גוף A בצד החיצוני של המסילה ואילוגוף B משתלב ונכנס לתוך המסילה. בשלב מסוים כל אחד מהגוף מתנתק מהמסילה.
התיחסו לגופים כאלו גופים נקודתיים.
א. באיזו זווית θ עם ציר ה- y , יתנתקגוף A מהמסילה?
ב. באיזו זווית θ יתנתקגוף B מהמסילה?

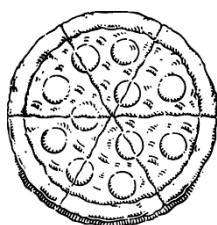
- ג. אם שני הגוף מתנתקים מהמסילה בו זמן?
מה גודל המהירות היחסית בינם?
ד. מה יהיה המרחק בין הגוף לאחר הניתוק,
אחרי פרק זמן Δt (הניחו שהגוף עדין באוויר).



5) מציאת מיקום כפונקציה של הזמן

חלקיק מוגבל לנוע על מעגל ברדיוס R .

נתון שגודל המהירות של החלקיק: $V(t) = Ct^2$ כאשר C קבוע.
מצאו ופתרו את משוואת המיקום של החלקיק.

**6) מסובבים פיצה בתנועה מעגלית**

מסובבים פיצה בתנועה מעגלית כך שמתקיים: $\theta = 4t^2 + 5t$ אשר θ נמדד בראדיאנים ו- t בשניות.

- מצאו את המהירות הזוויותית של הבצק.
- מצאו את התאוצה הזוויותית של הבצק.

ג. לאחר שהוסיפו את הזויות מסובבים עוד פעם את הפיצה באותו אופן.

מצאו את הרדיוס בו נמצא זית הנע בתאוצה משיקית של $0.2 \frac{m}{sec^2}$.

ד. חזר על סעיף ג' אם ידוע שהתאוצה הקווית הכוללת ב- $t = 1sec$ היא: $0.2 \frac{m}{sec^2}$

7) תאוצה משיקית קבועה

נקודה נעה במסלול מעגלי שרדיוסו 30 ס"מ .

הנקודה נעה בתאוצה משיקית קבועה של 4 מטר לשנייה ברכיבו.

לאחר כמה זמן מתחילה התנועה הרדיאלית של הנקודה תהיה:

- גדולה פי 2 מהתאוצה המשיקית?
- שווה לתאוצה המשיקית?

8) זווית בין משיקית לכוללת

גוף נקודתי מתחילה לנוע ממנוחה במסלול מעגלי בעל רדיוס 2 מטר בתאוצה משיקית קבועה. ידוע כי לאחר שני סיבובים שלמים הגיע הגוף למהירות קבועה של 2 מטר לשנייה .

א. תוך כמה זמן הגיע הגוף את שני הסיבובים הראשונים?

ב. מה הייתה התאוצה המשיקית של הגוף?

ג. מה הייתה הזווית בין וקטור התאוצה המשיקית לווקטור התאוצה השקולה לאחר שני הסיבובים הראשונים?

ד. מתי, החל מעת תחילת התנועה, תהיה התאוצה המשיקית שווה בגודלה לתאוצה המרכזית של הגוף?

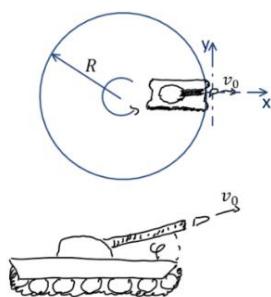
ה. איזה מרחק יעבור הגוף עד אז? (ראה סעיף ד').

9) חמישה סיבובים

נקודה שנמצאת במרחק 15 ס"מ ממרכז הגלגל, מתחילה להסתובב בתאוצה
משיקית קבועה. הנקודה מגיעה ל מהירות זוויתית של $\frac{\text{rad}}{\text{sec}} 20$ לאחר 5 סיבובים.

מצא את :

- התאוצה המרכזית של הנקודה מעבר 5 שניות.
- התאוצה המשיקית של הנקודה מעבר 5 שניות.
- התאוצה השקולת של הנקודה מעבר 5 שניות.

10) טנק יורה פגז מדיסקה מסתובבת

טנק נמצא בקצה של דיסקה ברדיוס R היכולת
להסתובב במקביל לקרקע. הדיסקה מתחילה
להסתובב ב- $t=0$ בתאוצה זוויתית $\ddot{\theta} = kt^2$.

עבור זמן t_0 הטנק נמצא במקום שבאיור ויראה פגז.
מהירות הלוע של הפג ז' v_0 .

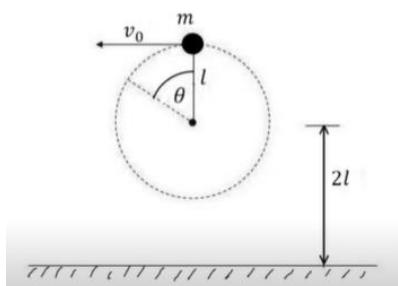
התווחה מכיוון הרדיאלי לפני חוץ, ובזווית φ
על הקרקע (במאונך למשור שבו מסתובבת הדיסקה).

- באיזה מהירות ביחס לצופה נិיח יוצא הcador מלוע הטנק?
- באיזה מרחק מנקודת הירי יפגע הפג ז'?

11) חוט נקרע במעגל אנכי גבוה

cador קטן שמסתו m קשור לקצהו של חוט שאורכו 1.
הcador מסתובב במעגל אנכי שמרכזו בגובה 2l
על הרצפה.

כאשר החוט מתוח והcador נמצא אנכית מעל
ציר סיבוב מעניקים לו מהירות אופקית v_0 .



א. מה מהירות המינימלית v_0 הנדרשת
 כדי שהcador יבצע תנועה מעגלית שלמה?

ב. מעניקים לcador מהירות ההתחלתית : $v_0 = 1.5\sqrt{gl}$,
 אם החוט נקרע ברגע שמתיחותו עולה על $5.25mg$
 מצאו את הזווית θ שבה יקרע החוט.

- מה מהירות הcador ברגע שהחוט נקרע, אם נתון ש : $l = 2m$?
- תוק כמה זמן מרגע קריית החוט יפגע הcador ברצפה?

תשובות סופיות:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} , T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1)$$

$$V \approx 6.34 \frac{m}{sec} \quad (2)$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (3)$$

$$d = \sqrt{\frac{8}{3} g R \Delta t} \quad . \quad |\vec{v}_{AB}| = \sqrt{\frac{8}{3} g R} \quad . \quad \theta_2 = \theta_1 = 48.2^\circ \quad . \quad \theta_1 = 48.2^\circ \quad . \quad (4)$$

$$x = R \cos \frac{C \cdot t^3}{3R} , y = R \sin \left(\frac{C \cdot t^3}{3R} \right) \quad (5)$$

$$R = 2.5 \text{ cm} \quad . \quad \alpha = \dot{\omega} = 8 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad . \quad \omega = \dot{\theta} = 8t + 5 \quad . \quad (6)$$

$$1.18 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad . \quad t \approx 0.27 \text{ sec} \quad . \quad t \approx 0.39 \text{ sec} \quad . \quad (7)$$

$$t_2 = 5 \text{ sec} \quad . \quad \alpha = 87.73^\circ \quad . \quad a_\theta \approx 0.08 \frac{m}{\text{sec}^2} \quad . \quad t_1 \approx 25.1 \text{ sec} \quad . \quad (8)$$

$$S = 1 \text{ m} \quad .$$

$$|a| \approx 150 \frac{m}{\text{sec}^2} \quad . \quad a_\theta \approx 0.95 \frac{m}{\text{sec}^2} \quad . \quad a_r \approx 150 \frac{m}{\text{sec}^2} \quad . \quad (9)$$

$$v_x = v_0 \cos \varphi , \quad v_y = \frac{k t_0^3 R}{3} , \quad v_z = v_0 \sin \varphi \quad . \quad (10)$$

$$d = \left((v_0 \cos \varphi)^2 + \left(\frac{k t_0^3 R}{3} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left(t_0 + \frac{2v_0 \sin \varphi}{g} \right) \quad .$$

$$t \approx 0.3 \text{ sec} \quad . \quad v \approx 10 \frac{m}{\text{sec}} \quad . \quad \theta \approx 110^\circ \quad . \quad v_{min} = \sqrt{gl^5} \quad . \quad (11)$$

תרגילים מסכימים למתכונים:

שאלות:

1) נקודה על גלגל

מייקומו של גוף כתלות הזמן נתון ע"י: $y(t) = R - R \cos(\omega t)$, $x(t) = R\omega t - R \sin(\omega t)$ כאשר R -ו- ω קבועים.

- .א. מצאו את וקטורי המהירות והתאוצה של הגוף.
- .ב. מצאו את גודל התאוצה המשיקית והנורמללית.
- .ג. ציירו את מסלול הגוף.

2) חבל עם מסה מסתובב*

נתון חבל אחד בעל מסה m ואורך l_1 . החבל קשור בקצת אחד ומסתובב במישור אופקי ב מהירות זוויתית ω . מצא את גודל המתיחות לאורך החבל (כתלות במרחק מהקצת החיבור). רמז: יש לחלק את החבל לחתיכות קטנות ולעשות משווהת תנועה על כל חתיכה.

3) מטוטלת כפולה מסתובבת אופקית*

גוף בעל מסה m_1 מחובר באמצעות חוט באורך l_1 לתקרה. גוף בעל מסה m_2 מחובר באמצעות חוט באורך l_2 לגוף הראשון. שני הגוף מסתובבים יחדיו בתדריות זוויתית קבועה ω סביב ציר האנך לתקרה. הזווית בין החוטים לאנכים הוא: β , α (ראה איור).

- .א. רשום את משווהת התנועה לכל גוף.

. $m_1 \neq 0$ ו- $m_2 = 0$.

מהי תנידות הסיבוב המינימלית האפשרית?

.דני ויוסי ניסו למצוא את ω במקרה הכללי. דני הציב את גודלי המתיחויות של החוטים במשווהת התנועה של גוף 2

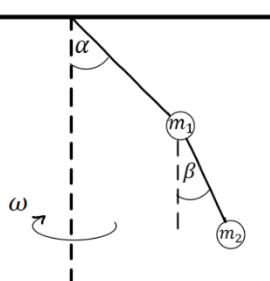
$$\text{וקיבל: } \omega^2 = \frac{g \tan \beta}{l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta}.$$

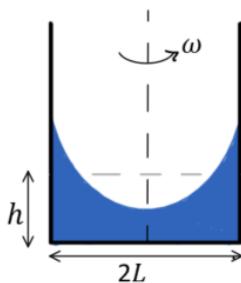
יוסי הציב את המתיחויות במשווהת התנועה

$$\cdot \omega^2 = \frac{\frac{m_1 + m_2}{m_1} \tan \alpha - \frac{m_2}{m_1} \tan \beta}{\sin \alpha}$$

של גוף 1 וקיים:

ישב את הסתירה.





4) **מים בכלי מסתובב****
 תיבת אורך $2L$ ורוחב ω כך ש- $L < \omega$ מכילה מים.
 גובה המים בתיבה הוא h .
 מסובבים את התיבה במהירות זוויתית ω סביב ציר
 העובר במרכזו.
 הנה כי המים לא נשפכים מהתיבה.

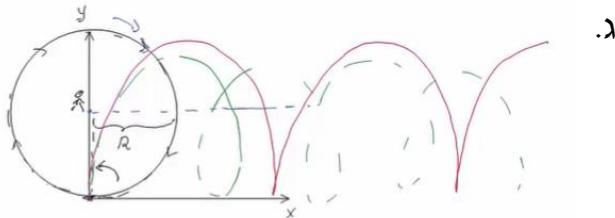
- א. מצאו את הפונקציה המתארת את פני המים במרחב
 (רמז: חשבו את השיפוע של המשיק לפניו המים בנקודה
 כלשהיא, שיפוע זה הוא הנגזרת של הפונקציה).
- ב. מהו הפרש הגבהים בין המים במרכז התיבה למים במרקבי אופקי ρ מהמרכז?
- ג. מה יהיה הפרש הגבהים אם נגדיל את מהירות הסיבוב פי 2?
- ד. מהו התנאי שתחתיות התיבה תתייבש בנקודה כלשהיא?

תשובות סופיות:

$$\text{א. } \vec{v} = (R\omega - R\cos(\omega t) \cdot \omega) \hat{x} + R\sin(\omega t) \cdot \omega \hat{y} \quad (1)$$

$$\vec{a} = R\omega^2 \sin(\omega t) \hat{x} + R\omega^2 \cos(\omega t) \hat{y}$$

$$\text{ב. } |\vec{a}_t| = \frac{R\omega^2 (\sin \omega t)}{\sqrt{2(1-\cos \omega t)}}, \quad |\vec{a}_n| = \frac{R\omega^2 (\cos(\omega t) - \cos(2\omega t))}{\sqrt{2(1-\cos(\omega t))}}$$



$$\text{ג. } T(x) = \frac{m\omega^2}{2l} (l^2 - x^2) \quad (2)$$

$$\sum F_x = m_1 \omega^2 l_1 \sin \alpha, \quad \sum F_y = 0 : 1 \quad (3)$$

$$\sum F_x = m_2 \omega^2 (l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta), \quad \sum F_y = m_2 g : 2$$

$$\Delta y = \frac{2\omega^2 d^2}{g} \quad \text{ג.} \quad \Delta y = \frac{\omega^2 d^2}{2g} \quad \text{ב.} \quad y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + h - \frac{\omega^2 L^2}{6g} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$h = \frac{\omega^2 L^2}{6g} \quad \text{ד.}$$

פיזיקה 1 מ

פרק 8 - כוחות מדומים (עקרון דלאamber) -

תוכן העניינים

1. הסבר על כוחות מדומים ומערכות הנעה בקו ישר.....	108
2. --נושא לא פעיל	(ללא ספר)
3. --נושא לא פעיל2	(ללא ספר)
4. תרגילים מסכמים (ללא תנועה מעגלית)	(ללא ספר)
5. כוחות מדומים במערכות מסתובבת - הцентрיפוגלי והקוריאוליס.....	112
6. תרגילים עם הקוריאוליס והцентрיפוגלי	113

הסבר על כוחות מדומים ומערכות הנעה בקו ישר

רקע

בוח מדומה מוסיפים רק כאשר **הצופה** נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אז אין כוחות מדומים לא משנה מה תנועת הגוף

החוק השני של ניוטון עבר צופה נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית)

$$-m\vec{a}_0 + \sum \vec{F}_{\text{אמיתיים}} = m\vec{a}'$$

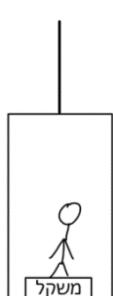
\vec{a}' - תאוצה הגוף ביחס לצופה

\vec{F} - כוחות שיש מי שמבצעים אותם, מופיעים גם במערכת המعبدת.

$m\vec{a}_0$ - הכוח המדומה, כאשר m היא מסת הגוף הנמדד ו- \vec{a}_0 היא תאוצה הצופה

שאלות

1) דוגמה-משקל במעלית



אדם עומד על משקל בתוך מעלית. מסת האדם היא 70 ק"ג.
המעלית עולה מקומת הקרקע לקומת 15.

בתחילת התנועה המעלית מאיצה בקצב קבוע של $3 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

החל מקומת 2 המעלית נעה במהירות קבועה עד לקומת 12.

החל מקומת 12 המעלית מאיטה בקצב קבוע של $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

עד לעצירה בקומת 15.

מצא מה מורה המשקל בכל רגע במהלך תנועת המעלית.

פתרונות פעם אחת מנקודות מבט של צופה מהקרקע

ופעם נוספת מנקודה מבט של צופה הנמצא בתוך המעלית.

2) מכשיר למדידת תאוצה

מטרולת קשורה לתקרת המכונית.

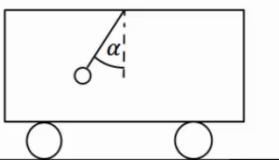
המטרולת נמצאת בזווית קבועה ונתונה α ,

ביחס לאنك מתקרת המכונית.

מצא מהי תאוצת המכונית (גודל וכיוון).

פתרו פעם אחת מנקודות מבט של צופה מהקרקע

ופעם שנייה מנקודה מבטו של צופה בתוך המכונית.

**3) מכונת אוטוז במעלית**

שתי מסות : $m_1 = 5\text{kg}$ ו- $m_2 = 3\text{kg}$ מחוברות באמצעות

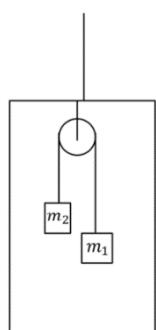
חוט דרכ גלגלת אידיאלית הקשורה לתקרת המעלית.

המערכת מתחילה ממנוחה ותאוצת המעלית

$$\text{היא : } a_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \text{ כלפי מעלה.}$$

הגובה של m_1 מעל רצפת המעלית הוא : $h = 5\text{m}$

כמה זמן ייקח ל- m_1 להגיע אל רצפת המעלית?

**4) גלגולות נעות במעלית***

מערכת הגלגלות המתואמת באיזור תלויה מתקרת המעלית העולה בתאוצה קבועה a_0 . כל הגלגלות הין חסרות מסה.

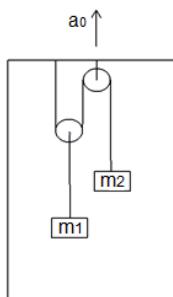
א. מצאו את תאוצת המסות.

ב. ידוע כי $m_1 > 2m_2$.

עוזבים את המערכת ממנוחה כאשר המסה m_1

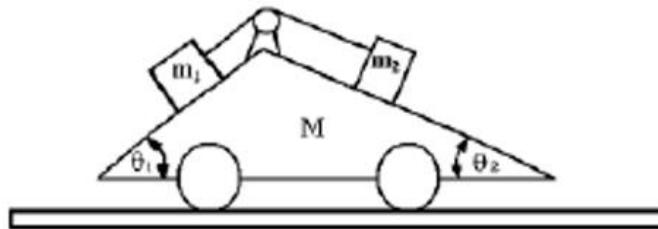
נמצאת מטר מעל לרצפת המעלית.

תוק כמה זמן תפגע המסה m_1 ברצפת המעלית?



5) תרגיל חי משנker - מושולש עם שתי מסות*

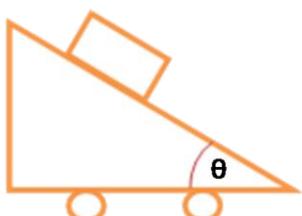
באיור מתוארת עגלת שטסהה M המורכבת משני מישוריים משופעים חלקים. שתי מסות נקודתיות m_1 ו- m_2 מחוברות ביניהן ביחס העובר בגלגול אידיאלית. המישוריים המשופעים והמשוור האופקי עליו נעה העגלת חלקים.



נתונים : $M = 35\text{kg}$, $m_1 = 10\text{kg}$, $m_2 = 5\text{kg}$, $\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = 30^\circ$.
 משררים את המסות הנקודתיות מ מצב מנוחה והן מחליקות על המישוריים המשופעים.
 חשב את תאוצת העגלת ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

6) מכונית מושולשת**

בציור מתוארת מכונית מושולשת עם זווית ראש θ .
 על המכונית ישנה מסה M ובין המכונית למסה קיים חיכוך.



נתון כי : $\mu_s = 0.2$, $\mu_k = 0.6$, $\sin \theta = 0.6$.

א. מהו התנאי שהתאוצה a צריכה לקיים על מנת שהמסה לא תחליק מטה?

ב. כתוב, נתון כי $a = 0.2g$.

חשב את תאוצת הגוף במערכת העגלת.

ג. חשב את תאוצת הגוף במערכת המעבדה ($a = 0.2g$) .

ד. כתוב נתון כי העגלת נעה שמאלה.

מה צריכה להיות התאוצה הקרייטית שמאלה של העגלת כדי שהמסה תוכל לתינוק מהמשוור המשופע?

תשובות סופיות

$$42\text{kg} : 12-15 \text{ קומות} , 70\text{kg} : 2-12 \text{ קומות} , 91\text{kg} : 0-2 \text{ קומות} \quad (1)$$

$$a_x = g \tan \alpha, \text{ ימינה.} \quad (2)$$

$$t = 1.83\text{sec} \quad (3)$$

$$a_2 = -2(a_0 + g) \frac{2m_2 - m_1}{2m_2 + m_1}, \quad a_1 = \frac{2m_2 - m_1}{4m_2 + m_1}(a_0 + g). \quad (4)$$

$$t = \sqrt{\frac{(4m_2 + m_1) \cdot 2}{(m_1 - 2m_2)(a_0 + g)}}. \quad (5)$$

$$a_M = 1.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad (5)$$

$$a = 1.33g . \quad (6) \quad a_x = 0.4g, \quad a_y = 0.15g . \quad (6) \quad a_x' = 0.256g . \quad (6) \quad a \geq 0.48g . \quad (6)$$

כוחות מדומים במערכת מסתובבת - הцентрיפוגלי והקוריאוליס

רקע

הכוחות מדומים הנוספים במקרה של צופה מסתובב ב מהירות זוויתית קבועה :

הכוח הЦентрיפוגלי

$$\vec{F} = m\omega^2 r \hat{r}$$

$$\vec{F} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad \text{צורה יותר כללית}$$

כוח קוריאוליס

$$\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$$

כאשר בשתי הנוסחאות ω הוא של צופה (ולא של הגוף)

\vec{v}' - מהירות הגוף ביחס לצופה

\vec{r} - וקטור המיקום של הגוף

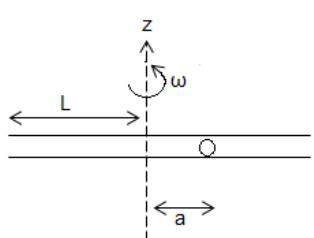
תרגילים עם הקוריואוליס והцентрיפוגלי:

שאלות:



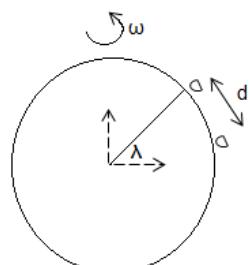
- 1) **מכונית בסיבוב עם קובייה תלולה**
נהג מסתובב עם מכוניתו סביב כיכר שדריווה $R = 50\text{m}$, ב מהירות $v = \frac{\text{m}}{\text{sec}} 20$. על מראת המכונית תלואה קובייה ש מסטה $m = 0.1\text{kg}$.

- א. ב מערכת הייחוס של הנהג, מהו הכוח המדומם (הכוח המרכזי-פוגלי) הפועל על הקובייה?
ב. מצאו, פעמיים ב מערכת הייחוס של צופה מן הצד ופעמיים ב מערכת הייחוס של הנהג, את הזווית בה תלואה הקובייה ביחס לאנך בשוויי-משקל.

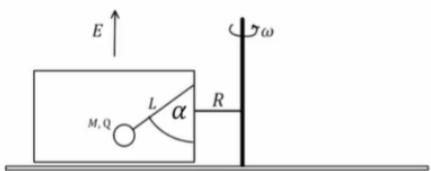


- 2) **циינור גלילי מסתובב**
циינור גלילי באורך L מסתובב ב מהירות זוויתית ω סביב ציר אנכי הניצב לצינור ועובר במרכזו. גופו בעל מסה m נע ללא חיכוך בתוך הצינור. נתון כי הגוף מתחילה מנוחה ובמרחק a ממרכז הצינור. (לצורך השאלה יש להתעלם מכוח הכבידה).

- א. מצא את הכוחות הפועלים על החלקיק ב מערכת הצינור המסתובב.
ב. חשב את המהירות כפונקציה של הזמן וכפונקציה של המרחק מהציר.
(פתרור המשווה הדיפרנציאלי בעזרת הכפלת ב- $-z$).
ג. מצא את הזמן בו הגוף י יצא מהצינור.
ד. רשם את משוואת התנועה של הגוף בצינור במידה וקיים כוח חיכוך ומוקדם החיכוך הקינטי נתון μ .



- 3) **סירה יורה פגז**
סירה נמצאת בקו רוחב λ יורה פגז ב מהירות v לעבר סירה אחרת הנמצאת ב מרחק d ממנה לכיוון דרום. נתון מהירות כדור הארץ היא ω .
מצוא את הסטייה במיקום הפגז בעקבות כוח קוריואוליס. הזנה את ההשפעה של הכוח על רכיבי המהירות בכיוון מזרח מערב ובכיוון אנך לכדור הארץ.
הנה כי הפגז נעה בקו ישר והתעלם מהתנועה הבליסטיות.

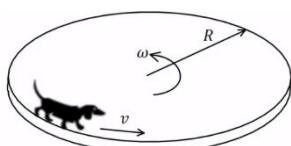
4) מוטולת בתוך תיבה מסתובבת

תיבת קשורה בחבל שאורכו R למומט המסתובב ב מהירות זוויתית ω .

תולים מוטולת שאורכה L ומסתה M מהקיר של התיבה.

המסה שבקצתה המוטולת היא גוף בעל מטען חשמלי Q הנמצא בשדה חשמלי E כלפי מעלה (גוף טוען הנמצא בשדה חשמלי מרגייש כוח שגודלו QE וכיוונו בכיוון השדה החשמלי).

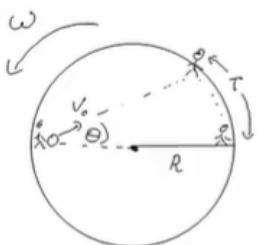
חשבו את הזווית של המוטולת עם הקיר במצב שיוי משקל. הניחו ש- $\alpha \ll L \sin \alpha \ll R$.

**5) זיגי הולך על השפה של דיסקה מסתובבת**

זיגי הכלב רץ ב מהירות קבועה v לאורך היקפה של

דיסקה המסתובבת ב מהירות זוויתית ω . מהירות v נתונה ביחס לדיסקה.

משקלם של זיגי הוא m ורדיוס הדיסקה הוא R . מהו כוח החיכוך הפועל על זיגי מהדיסקה (גודל וכיוון)?

**6) יוסי ודני מתמסרים על דיסקה מסתובבת**

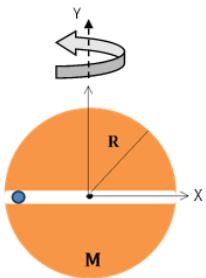
יוסי ודני עומדים זה מול זה על גבי דיסקה בעלת רדיוס R המסתובבת ב מהירות זוויתית ω סביב צירה.

האנשים קבועים במקומות על שפת הדיסקה כאשר מרכז הדיסקה נמצא בדיקוק ביןיהם.

יוסי מגלגל כדור קטן על הדיסקה שמניע לדני בעבר זמן T .

א. מצא את מהירות הזריקה (גודל וכיוון) יחסית לדיסקה. בצע את החישוב במערכת המעבדה.

ב. מצא את משוואת התנועה של המסה במערכת הדיסקה בעזרת קוואורדינטות פולריות היחסית למערכת ומרכז הדיסקה.



7) **חלקיק במנהרה**
 חלקיק נקודתי בעל מסה m נע בתוך מנהרה ישרה העוברת במרכז כדור הארץ (הנה כי מסת כדור הארץ ורדיוסו ידועים וצפיפותו אחידה).
 נתון גם כי כדור הארץ מסתובב ב מהירות זוויתית ω .
 על החלקיק פועל כוח חיכוך השווה ל- N כאשר N הוא הכוח הנורמלי הפועל מזרוף המנהרה.

א. מהו גודל כוח הכבוד בתוך הכדור כתלות במרחק ממרכזו?

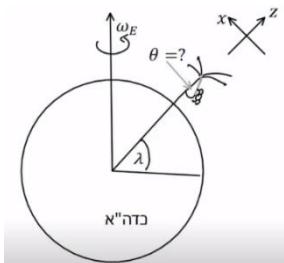
$$\text{התיאיחס לנוסחה המלאה של כוח הכבוד: } \vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{r}$$

(כאשר G הוא קבוע נתון, r הוא המרחק ממרכזו הcéדור).

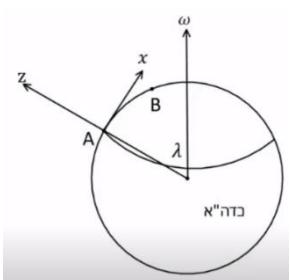
ב. מהם הכוחות המרכזייפוגלי וקוריאוליס הפועלים על החלקיק כתלות במקומות ובמהירות?

ג. מהו כוח החיכוך הפועל על החלקיק?

ד. רשמו משוואות התנועה עבור רכיב המיקום לאורך ציר ה- x במערכת מסתובבת.



8) **עכבייש מטפס על עץ**
 עץ דקל נמצא בקו רוחב λ וכיומו מקביל לרדיויס כדה"א (הנה שגובהו זנich ביחס לרדיויס כדה"א).
 עכבייש מטפס במהירות קבועה במעלה חוט שטווה המחבר לעץ.
 מצא את הזווית שיווצר החוט עם העץ.
 הנה כי תאוצת הכבוד g כבר כוללת את התיקון הцентрיפוגלי וכי הזווית עם העץ קטנה ולכן ניתן להזניח את רכיבי המהירות בציריהם y , R_E , ω_E , v (התיאיחס ל- x בנתונים).

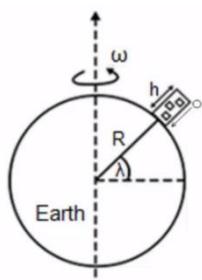


9) **פג' עם כנפיים**

$$\text{פג' עם כנפיים נורה במהירות } v = 4 \frac{\text{Km}}{\text{sec}}$$

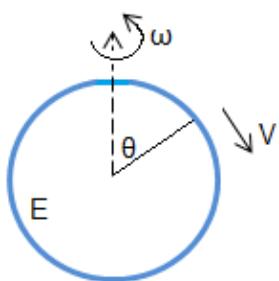
בגלל הכנפיים, הפג' עף בגובה קבוע מעלה פני כדה"א. הפג' יוצא מנקודה A הנמצאת בזווית 5° מ- x מציג הסיבוב של כדה"א ומגיע לנקודה B הנמצאת במרחק $d = 5 \text{ Km}$ צפונית לנקודה A.

ניתן להניח כי $R_E \ll d$ ומכאן שקו הרוחב של B זהה לזה של A. חשב את הזווית בה צריך לירות את הפג' ביחס לקו האורך המחבר בין A ל-B כך שיגיע בדיקוק לנקודה B.
 רמז: מומלץ לשים לבגדלים בשאלת ולבנות הונחות בהתאם.

**10) כדור משוחרר מגג בניין**

כדור משוחרר ממנוחה מגג בניין בגובה h הנמצא בקוטר רוחב λ .

חשב את הסטייה של הכדור הנובעת מכוח קוריוליס.
הזנה את כל ההשפעות של הכוח המרכזי.

**11) הפרש גבהים בגדות נהר**

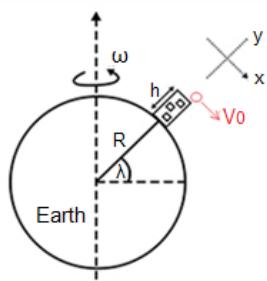
נהר זורם במהירות v מצפון לדרום.
מיקום הנהר הוא בזווית θ ביחס לציר הסיבוב של כדור הארץ.

נתון רדיוס כדור הארץ ורוחב הנהר D .
המהירות הזוויתית של כדור הארץ היא ω
מצאו את הפרש הגבהים בין גdots הנהר.

12) חבילת סיוע לכפר

כפר הנמצא בקוטר רוחב λ בחצי הגלובוס הצפוני נדרש לשירותי המוניטרי.
מטוס סיוע טס בגובה H מעל הכפר במהירות אופקית v_0 ובכיוון צפון.
המטוס משחרר חבילת סיוע לכפר.

- א. חשבו את כוח קוריוליס, בצעו הזרחות מתאימות.
- ב. האם הסטייה בנקודת הנפילה של החבילה היא מזרחית או מערבית?
- ג. חשב את הסטייה מהכפר כתוצאה מכוח קוריוליס
(הניחו שאין סטייה צפונה או דרומה).

**13) זריקה אופקית עם קווריאוליס ללא הזנחות**מסה m נזרקת אופקית ממגדל בגובה H .המגדל נמצא בקו רוחב λ .

נתון :

- רדיוס כדור הארץ.

- מהירות התחלתית של המסה.

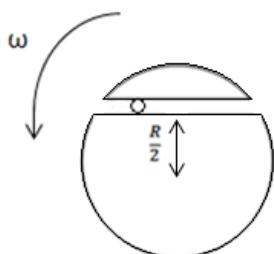
g - תאוצה הכלוב בקטבים.

ω - מהירות זוויתית של כדור הארץ.

הנה כי $R \ll h$ וכי ניתן להזניח את השינוי בכוח המרכזייפוגי ואת השינוי בקו הרוחב במהלך התנועה.

א. חשב את משוואות התנועה במערכת ייחוס של המגדל.

ב. פטור את משוואות התנועה.

ג. בדוק מה קורה בגבול $sh^2 R \omega^2 = 1$? פתח עד סדר שני ב- ωt .**14) דיסקה מסתובבת וגוף בתעלת שאינה במרכז**בדיסקה ברדיוס R ישנה תעלת ישרה למרחק $\frac{R}{2}$ ממרכז הדיסקה.הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית ω .כוח מושך גוף בעל מסה m לאורך התעלת כך שמהירות הגוף היא: $v = \omega R$ יחסית לדיסקה.

א. מה גודלו של הכוח המשיע את המסה אם נתון שאין חיכוך בין המסה לתעלה?

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל מדפנות התעלה? (התעלם מכוח הכלוב).

ג. במידה והכוון המושך את המסה לא היה פועל, והגוף היה מתחילה לנעה מקצת התעלה במהירות התחלתית $R\omega = v$ כלפי פנים, מה הייתה מהירות הגוף במרכז התעלה?

תשובות סופיות:

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR} . \text{ב} \quad v' = 0 . \text{א} \quad (1)$$

$$\vec{F} = m\omega^2 r \hat{r}, \vec{F} = 2m\dot{r}\omega(-\hat{\theta}) . \text{א} \quad (2)$$

$$r(t) = a \cosh(t), v(t) = \dot{r} = \omega a \sinh(t) . \text{ב}$$

$$-\mu 2m\omega \dot{r} + m\omega^2 r = m\ddot{r} . \text{ט} \quad t_{end} = \frac{1}{\omega} \ln \left(\frac{L + \sqrt{L^2 - a^2}}{a} \right) . \lambda$$

$$z = \frac{\omega d^2}{v} \sin \lambda \quad (3)$$

$$\cos \alpha = \frac{mg - QE}{m\omega^2 L} \quad (4)$$

$$\vec{f} = -m \left(\omega^2 R + 2\omega v + \frac{v^2}{R} \right) \hat{r} \quad (5)$$

$$\left| v_{ball,disk} \right|^2 = \left(\frac{R}{T} (\cos \omega T + 1) \right)^2 + \left(\frac{R}{T} \sin \omega T + \omega R \right)^2, \tan \theta_{ball,disk} = \frac{\cos \omega T + 1}{\sin \omega T + \omega T} . \text{א} \quad (6)$$

$$\tilde{\omega}^2 r = \ddot{r}, -2\tilde{\omega} \dot{r} = r \ddot{\omega} . \text{ב}$$

$$N = -2m\omega \dot{x} \hat{z} . \text{ז} \quad \vec{F} = m2\omega \dot{x} \hat{z} . \text{ב} \quad F(r) = -\frac{GMm}{R^3} x \hat{x} . \text{א} \quad (7)$$

$$-\frac{GM}{R^3} + \omega^2 x - 2\mu\omega \dot{x} = \ddot{x} . \text{ט}$$

$$\cos \theta = \frac{g}{\sqrt{\omega_E^4 R_E^2 \cos^2(\lambda) \sin^2(\lambda) + 4\omega_E^2 v^2 + g^2}} \quad (8)$$

$$\alpha = 5.185 \cdot 10^{-3} \quad (9)$$

$$y = -\omega \cos(\lambda) g \frac{1}{3} \left(\frac{2h}{g} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (10)$$

$$\tan(\varphi) = \frac{2mv\omega \cos \theta}{-mg + m\omega^2 R_E \sin^2 \theta} \quad (11)$$

$$\text{ב. מזרחה.} \quad 2m(gt\omega \cos \lambda + v_0\omega \sin \lambda) \hat{z} . \text{א} \quad (12)$$

$$\frac{g}{3} \left(\frac{2H}{g} \right)^{\frac{3}{2}} \omega \cos \lambda + v_0 \omega \sin \lambda \frac{H}{g} . \text{ז}$$

(13) ראה סרטון.

$$v(x=0) = \frac{1}{2} \omega R . \text{ז} \quad N = \frac{3}{2} m\omega^2 R . \text{ב} \quad F = -m\omega^2 x . \text{א} \quad (14)$$

פיזיקה 1 מ

פרק 9 - עבודה ואנרגיה -

תוכן העניינים

119	1. שימור אנרגיה ומשפט עבודה ואנרגיה
123	2. חישוב עבודה לכוח לא קבוע
125	3. חישוב כוח משמר מאנרגיה פוטנציאלית
126	4. איך בודקים האם כוח הוא משמר
127	5. נקודת שיווי משקל
129	6. ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות
131	7. הספק ונצלות
134	8. תרגילים מסכמים
138	9. תרגילים מסכמים כולל תנועה מעגלית

שמור אנרגיה ומשפט עבודה ואנרגיה

רקע

עבודה של כוח קבוע :

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק

הערות :

1. העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועת) מתאפשרת.
2. אם הגוף לא זו או אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).

הקשר בין עבודה כוללת לאנרגיה קינטית :

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_k$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \text{ אנרגיה קינטית}$$

כוח משמר :

1. **העבודה שמבצע הכוח אינה תלוי במסלול.** היא תלויות רק בנקודת בה התחיל הגוף ובנקודת בה סיים הגוף את התנועה.
2. **העבודה במסלול סגור מתאפשרת.**

$$W_c = -\Delta U$$

$$\text{האנרגיה הפוטנציאלית הכבידית } U_g = mgh$$

$$\text{האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית } U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

כאשר x הוא ההतארכות של הקפיץ ממצב רפיוי ו- k הוא קבוע הקפיץ

$$E = E_k + U \quad \text{אנרגייה (מכנית) כללית :}$$

U היא סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.

$$E_i + W_{NC} = E_F \quad \text{משפט עבודה אנרגיה:}$$

W_{NC} העבודה של הכוחות שאינם לשמורים

חוק שימור האנרגיה:

אם כל הכוחות לשמורים (או העבודה של הכוחות שאינם לשמורים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

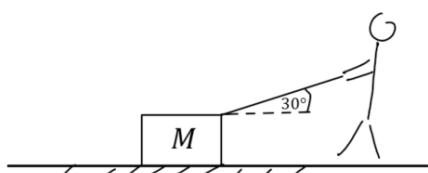
שאלות

(1) אדם מושך ארגז

אדם מושך ארגז שמסתו $M = 5\text{ kg}$ באמצעות חבל ובזווית 30° מעלה ביחס לקרקע.

מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא: $\mu_k = 0.2$.

האדם מושך את הארגז לאורך שני מטרים. הכוח שפעיל האדם הוא $N = 80$.



א. מהי העבודה שביצע האדם?

ב. מהי העבודה שביצע כוח החיכוך?

ג. מהן העבודות שביצעו כוח הגוף
והנורמל מהמשטח?

ד. מהי העבודה הכוללת שנעשתה על הארגז?

(2) מהירות הארגז

בדוגמה הקודמת, אדם מושך ארגז, חשב את מהירות הארגז לאחר שהאדם משך אותו 2 מטרים אם ידוע שהוא התחלил ממנוחה.

(3) חישוב עבודה של כוח הגוף

אבן בעלת מסה 2 kg נופלת מגג בניין בגובה 10 מטרים.

חשבו את העבודה שביצע כוח הגוף על האבן עד הפגיעה לקרקע.

חשבו פעמי אחד באופן מפורש דרך המכפלה הסקלרית ופעם נוספת דרך האנרגיה הפוטנציאלית.

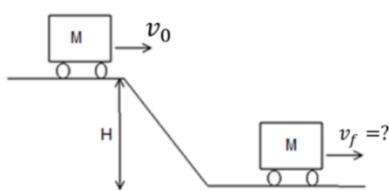
(4) עגלת במדרון

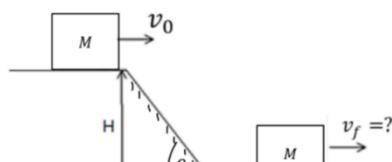
עגלת נעה על משטח ללא חיכוך.

העגלת מתחילה במעלה המדרון בגובה H
עם מהירות ההתחלתית v_0 .

מצא את מהירות העגלת בתחתית המדרון.

נתונים: H , v_0 .



5) קופסה במדרון עם חיכוך

קופסה יורדת במדרון משופע בעל זווית θ .

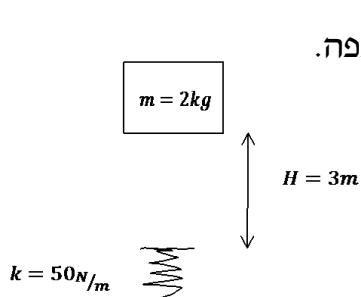
הנח כי מהירות הקופסה במעלה המדרון היא v_0

גובהה ההתחלתי הוא H .

מצא את מהירות העגלת בתחתית המדרון.

הנח שהחיכוך הוא רק על החלק המשופע של התנועה.

נתונים : H , θ , μ_k .

6) מסה נופלת על קופץ

קופץ חסר מסה, בעל קבוע קופץ של $50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, מחובר לרצפה.

משחררים ממנוחה מסה של $m = 2\text{kg}$ הנמצאת בגובה 3 מטר מעל הקופץ.

א. מצא את הcyoz maksimaliy של הקופץ.

ב. מה הגובה maksimaliy אליו תגיע המסה לאחר הפגיעה בקופץ.

7) שתי מסות מחוברות, מדרון וקופץ

מסה m_1 נמצאת על מדרון משופע בזווית θ .

המסה מונחת על קופץ בעל קבוע קופץ k המכובץ ב- $d = \Delta x$.

אל המסה קשור חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית ומחובר

למסה m_2 הנמצאת בגובה H מעל הרצפה.

המערכת משוחררת ממנוחה.

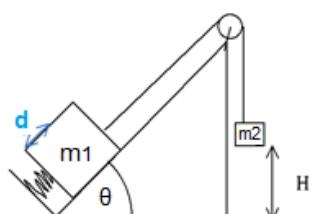
מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_2 .

נתון :

$$m_1 = 1\text{kg} , m_2 = 2\text{kg}$$

$$H = 3\text{m} , k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\theta = 30^\circ , d = 30\text{cm}$$



תשובות סופיות

$$W_T = 135J \text{ .ג} \quad W_N = W_g = 0 \text{ .ג} \quad W_{fk} = -4J \text{ .ב.} \quad W = 139J \text{ .נ} \quad (1)$$

$$V_F \approx 7.35 \frac{m}{sec} \quad (2)$$

$$W_C = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cos \alpha = 200J , \quad W_C = -\Delta U = -(U_F - U_i) = 200J \quad (3)$$

$$V_F = \sqrt{v_0^2 + 2gH} \quad (4)$$

$$V_F = \sqrt{v_0^2 + 2gH(1 - \mu_k \cot(\theta))} \quad (5)$$

$$mgH = mgh \text{ .ב} \quad \Delta x = 2m \text{ .נ} \quad (6)$$

$$V = 5.745 \frac{m}{sec} \quad (7)$$

чисוב עבודה לכוח לא קבוע

רקע

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

צריך גם משווהה של המסלול

שאלות

1) חישוב עבודה במסלולים שונים

חשב את העבודה שמבצע הכוח: $\vec{F} = xy\hat{i} + xx\hat{j}$ בין הנקודה $A(0,0)$ לנקודה $B(2,4)$:

- א. דרך המסלול של הקו הישר המחבר בין הנקודות.
- ב. דרך מסלול המקביל לציר ה- x עד לנקודה $C(2,0)$ ולאחר מכן דרך המסלול המקביל לציר ה- y עד לנקודה B .
- ג. דרך המסלול $y = x^2$.
- ד. דרך המסלול $y(t) = 4t^2$, $x(t) = 2t$

2) כוח בשלושה מימדים

נתון הכוח: $\vec{F} = zx^2\hat{x} + 2yz\hat{y} + z\hat{z}$.

- א. חשב את העבודה של הכוח דרך מסלול היוצא מהנקודה $A(1,2,3)$ עד לנקודה $B(2,3,5)$ כאשר המסלול יוצא מ- A במקביל לציר ה- Y עד לנקודה $C(1,3,3)$ ולאחר מכן מ- C במקביל לציר ה- Z ועד לנקודה $D(1,3,5)$ ולאחר מכן מהנקודה D במקביל לציר ה- X עד לנקודה B .
- ב. חשב את העבודה של הכוח מהנקודה $A(0,0,-1)$ עד הנקודה $B(4,4,5)$.
לאורך המסלול הנתון לפי המשוואות: $x(t) = 2t$; $y(t) = t^2$; $z(t) = 3t - 1$

תשובות סופיות

$$W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5} \text{ נ.} \quad W_{A \rightarrow B} = 18 \text{ ב.} \quad W_{A \rightarrow B} = \frac{4}{2} + \frac{4 \cdot 8}{3} \text{ נ.} \quad (1)$$

$$W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5} \text{ נ.} \quad 128 \text{ J.} \quad 26.67 \text{ J.} \quad (2)$$

чисוב כוח משמר מאנרגיה פוטנציאלית

רקע

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} \cdot U$$

שאלות

1) חישוב עבודה מתוך אנרגיה פוטנציאלית

על גוף מסוים פועל כוח משמר המתאים לאנרגיה הפוטנציאלית
הבאה : $U(x, y) = 2x^2 - 6y^3$.

מצא את העבודה אותה צריך לבצע על מנת להביא את הגוף מהנקודה $(1, 0)$ אל הנקודה $(2, 3)$.

תשובות סופיות

$$W_{ext} = 156J \quad (1)$$

איך בודקים האם כוח הוא משמר

רקע

אם ורק אם $\vec{F} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, אז הכוח משמר.

הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד

שאלות

1) דוגמה

נתון הכוח F : $\vec{F} = -2xyx + (x^2 - z)y + y\hat{z}$.
בדקו האם הכוח F משמר.

תשובות סופיות

1) משמר.

נקודות שיווי משקל:

שאלות:

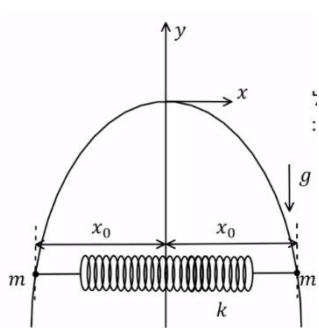


1) שעון תלוי

- שעון קיר תלוי באמצעות מסמר הנמצא בקצתו העליון. ניתן לסובב את כל השעון (לא את המחוגים) סביב המסמר.
- מצא באילו מצבים השעון יהיה בשווי משקל וקבע עבור כל מצב איזה סוג שווי משקל הוא.
 - חזור על סעיף א' אם המסמר תקוע במרכז השעון (השעון עדין יכול להסתובב סביב המסמר).

2) אנרגיה פוטנציאלית בשווי משקל

- האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף נתונה לפי הfonקציה הבאה: $U = (x-4)^2 + x^3$.
מצא את נקודת שווי המשקל ומניין אותה לסוגים הרלוונטיים.



3) קפיץ וחגורות על תיל קשיח מכופף

תיל קשיח מכופף בצורת פרבולה המתאימה לפונקציה: $y = -Ax^2$ כאשר A קבוע נתון.

- על התיל מושחלים שני חגורות זהים בעלי מסה m , אחד בכל צד.
קפיץ אופקי בעל קבוע k ואורך רפי l מחבר בין החגורות (ראה איור).
חשב את המרחק האופקי x_0 של כל חגורת מציר ה- y במצב של שווי משקל.

נניח כי הקפיץ והחרוזים נמצאים תמיד באותוגובה.

הדרך: כתוב ביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית כfonקציה של x בלבד.

תשובות סופיות:

- 1) א. כשהשעון למטה שיווי משקל יציב וכשהשעון הפוך ב- 180° שיווי משקל רופף.
 ב. השעון בשיווי משקל אדיש.

$$x_1, U''(x_1) = 6 \cdot \frac{4}{3} + 2 > 0 \quad (2)$$

$x_2, U''(x_2) = -2 \cdot 6 + 2 < 0$ ש.מ. רופף.

$$x_0 = \frac{kl}{2k - 2mgA} \quad (3)$$

ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות:

שאלות:

1) נקודת הביימניטה

גוף שמסתו 6 ק"ג נע לאורך ציר x בהשפעת כוח יחיד הנגור מהאנרגיה הפוטנציאלית: $U(x) = 2x^4 - 36x^2$.

נתון שכאשר הגוף מגיע לנקודת בה $x = -1.5 \text{ m}$ מהירותו שווה ל- $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מהי הנקודה הימנית ביותר במסלול של הגוף?

ב. חזר על סעיף א', אם ערך המהירות היה: $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

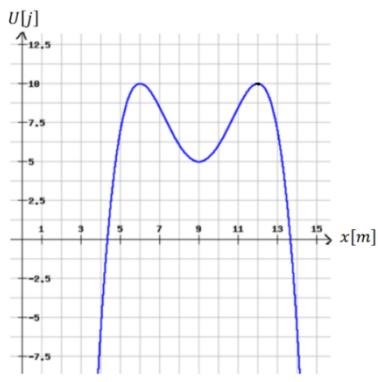
2) גמל דו דבשתי

כוח משמר פועל על כדור בעל מסה 625gr. הגרף הבא מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית של הcador כתלות במקומו:

א. שרטטו באופן איקוטי את הגרף של הכוח כתלות במקום.

ב. תארו באופן מילולי את תנועת הcador אם הוא משוחרר מ- $x = 7 \text{ m}$ ממנוחה.

ג. מהי מהירות המינימלית שצרכי לתת כדור במצב של סעיף ב' על מנת שהcador יגיע לאינסוף?



ד. מהן נקודות שיווי המשקל?

מיינו אותן לפי יציבותן וציין מה המשמעות של כל סוג של שיווי משקל.

3) שני גופים בפוטנציאלי אקספונצייאלי ריבועי

שני גופים נמצאים על ציר ה- x ונתונים להשפעת הפוטנציאלי: $U(x) = Axe^{-Bx^2}$ כאשר A, B הם קבועים חיוביים. נתון כי ברגע מסויםגוף אחד נמצא ב- $x = 0$ והאנרגיה שלו היא אפס, והגוף השני נמצא ב- $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$ והאנרגיה שלו

היא: $E = -\frac{A}{e} \sqrt{\frac{1}{B}}$. איך ייפגשו הגוףים? (בחר את התשובה הנכונה):

ב. הגוף לא ייפגש אף פעם

א. בתחום $0 \leq x \leq -\sqrt{\frac{1}{B}}$

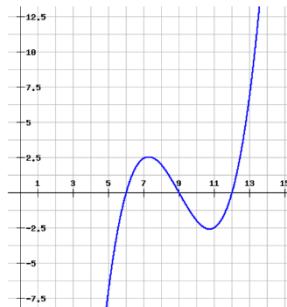
ד. $x = 0$.

ג. בנקודת $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$

תשובות סופיות:

ב. $x = 6.81\text{m}$ א. $x = -1.202\text{m}$ (1)

ג. $x = 11\text{m}$ א. $x = -1.202\text{m}$ (2)



- ב. מתחילה בתאוצה בכיוון החיובי עד $x = 9\text{m}$ ו אז מתחילה להאט עד $x = 11\text{m}$ שם עוצר רגעים ומסתובב חזרה. כך חוזר עד אינסוף.
- ג. 2 מטר לשנייה.
- ד. לא יציבה , $x = 9\text{m}$ יציבה , $x = 12\text{m}$ לא יציבה .
- א. (3)

הספק ונצילות

רקע

הספק ממוצע : $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$

הספק רגעי : $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

F – הכוח ו- v היא מהירות הגוף

שאלות

1) כמה עולה להפעיל מזגן

כמה עולה להפעיל מזגן שהספק שלו 1 כוח סוס במשך שעה אחת?
יש לבדוק את תרשים חיבור החשמל.

חשבון דן חדש																																												
פירוט החיבורים / היצקיים מספר חשבון חוצה: [REDACTED]																																												
ביבאי מנוי																																												
חיבור בין צירכה מתח"י (לא כולל מע"מ)																																												
חשבון לתקופה מ- 13/01/2020 עד 15/03/2020 נספחים: 2/2																																												
קריאות מונה מסטר [REDACTED] גודלים הכלפלה: 1																																												
<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">תאריך</th> <th rowspan="2">שם</th> <th rowspan="2">סוג קיראה</th> <th rowspan="2">טכנית</th> </tr> <tr> <th>טכנית</th> <th>טכנית</th> <th>טכנית</th> <th>טכנית</th> <th>טכנית</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>12/01</td> <td>15/03</td> <td>בילה</td> <td>בילה</td> <td>בילה</td> <td>בילה</td> <td>בילה</td> <td>בילה</td> <td>בילה</td> <td>בילה</td> </tr> <tr> <td>502.21</td> <td>44.84</td> <td>סה"כ ב��' 502.21</td> </tr> </tbody> </table>										תאריך	שם	סוג קיראה	טכנית	12/01	15/03	בילה	502.21	44.84	סה"כ ב��' 502.21																									
תאריך	שם	סוג קיראה	טכנית																																									
										טכנית	טכנית	טכנית	טכנית	טכנית																														
12/01	15/03	בילה																																										
502.21	44.84	סה"כ ב��' 502.21																																										

2) מכונית מאיצה מ-0 ל-100

מכונית מתילה לנסוע ממונחה ומגיעה למהירות של 100 קמ"ש ב-10 שניות.
מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.

א. מהי העבודה שהתרבצה על המכונית?

ב. מהו הספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומונצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

3) אופנוו נושא ב מהירות קבועה בנגד התנודות אוויר

אופנוו נושא ב מהירות קבועה של 100 קמ"ש.

ב נגדו פועל כוח התנודות מהאויר של 300 ניוטון.

מהו הספק של המנוע, אם נניח שהספק מונצל במלואו?

4) נצילות של 40 אחוז בדוגמה של המכונית המאיצה

בדוגמה "מכונית מאיצה מ-0 ל-100" מה הספק של המנוע אם הנצילות שלו היא 40%?

5) הספק ממוצע לשנות מהירות

איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכוניות בעלת מסה של 2 טון,

$$\text{כדי לשנות את מהירותה מ-} 9 \frac{\text{km}}{\text{hr}} \text{ ל-} 27 \frac{\text{km}}{\text{hr}} \text{ בתוך } 4 \text{ sec ?}$$

מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

6) רכבת צעכו עוצuous חשמלית

רכבת צעכו עוצuous חשמלית מרכיבת מ-10 קרונות.

הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק"ג כל אחד.

שאר הקרונות עמוסים בצעכוועים ושוקלים 3 ק"ג כל אחד.

כל אחד מן המנוועים מייצר הספק קבוע של 0.2KW.

א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה אם התחילה לנוע ממנוחה?

ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של الكرון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחישבת בסעיף א'?

ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפועל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על الكرון השני בזמן ההאצה.

ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפועל בחיבור בין الكرון השני לשישי על الكرון השלישי בזמן ההאצה.

ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות, מה צריך להיות הספק המנוועים (בהתהה שהם שווים) על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?

**7) הספק כאשר נתון מיקום כתלות בזמן**

כוח ייחיד פועל על גוף שמסתו 4kg, הכוח פועל בכיוון התנועה

ומיקום כתלות בזמן של הגוף הוא: $x = 2 + 3t + t^2$ ביחידות m.k.s.

א. מהי העבודה שմבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?

ב. מהו ההספק של הכוח ב-sec ? $t = 2$

תשובות סופיות

45 אגורות. (1)

$$p = 51.7 \text{HP} \quad \text{ב.} \quad \Delta E_k \approx 385,800 \text{J} = W_{\sum \vec{F}} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$p = 11.18 \text{HP} \quad (3)$$

135 כ"ס. (4)

$$F = 2500 \text{N}, \quad \bar{p} = 16.76 \text{HP} \quad (5)$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = 600 \text{J} \quad \text{ג.} \quad E_{k_1=100 \text{J}} = E_{k_2} \quad \text{ד.} \quad \Delta t = 3.5 \text{sec.} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$p = 97.7 \text{W} \quad \text{ה.} \quad W_{3 \rightarrow 2} = 1200 \text{J} \quad \text{ד.}$$

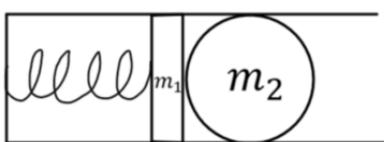
$$p(t=2) = 56 \text{W} \quad \text{ו.} \quad W = 144 \text{J} \quad \text{א.} \quad (7)$$

תרגילים מסכימים:

שאלות:

1) קפץ יורה כדור

הלווע של רובה צעצוע מורכב מקפץ בעל קבוע k ובוכנה בעלת מסה m_1 .
בטעינה דוחפים כדור בעל מסה m_2 ודורכים את הקפץ.



הכיווץ של הקפץ הוא \hat{x} .

ברגע הירוי הקפץ משוחרר ממנוחה.

א. באיזה רגע הcador מנטק מגע מהבוכנה?

ב. מהי מהירות הcador ברגע זה?

2) כוח כפונקציית של מיקום, קפוץ וחיכוך*

מסה m נמצאת על מישור אופקי לא חלק ומתחוברת לקפוץ בעל קבוע k .
החל מ- $x=0$ פועל על המסה כוח התלוי במיקום: $F(x) = (30x^2 - 4x)\hat{x}$.

כל היחידות בשאלתנו הן ייחidot סטנדרטיות.

ב- $x=0$ המסה נמצאת בראשית עם מהירות התחלתית v_0 והקפוץ רפו.

$$\text{נתונים: } v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \mu_k = 0.3, k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}, m = 2\text{kg}$$

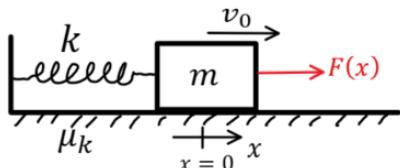
א. רשמו ביטוי לתאוצה המסה כתלות במיקום (x), הנח כי התנועה תמיד

בכיוון החיוובי.

ב. מצאו את המיקום בו התאוצה של המסה מתאפסת.

ג. מהי העבודה שביצע הכוח מהתחלת התנועה ועד אשר $x = 0.5\text{m}$?

ד. מהי מהירות של המסה כאשר מיקומה $x = 0.5\text{m}$?



(3) כוח כפונקציה של זמן במישור משופע*

טסה $m = 5\text{ kg}$ נמצאת על מישור משופע לא חלק. על המסה פועל כוח התליוי בזמן $F(t)$ שדוחף אותה במעלה המישור.

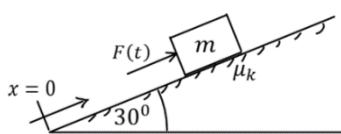
$$\text{מהירות המסה ידועה והיא נתונה לפי הפונקציה: } v(t) = 3t^2 + 2t \text{ .}$$

$$\text{מקדם החיכוך הוא: } \mu_k = 0.2 \text{ ונתון כי: } x(t=0) = 0 \text{ .}$$

כל הידידות הן ייחidot סטנדרטיות.
זווית המישור היא 30 מעלות.

א. (1) היכן נמצא הגוף ב- $t = 2\text{ sec}$?

(2) מהו גודל הכוח F ברגע זה?



ב. מהו מיקום הגוף כאשר תאוצתו היא: $? 8 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

ג. מהי האנרגיה הקינטית של הגוף ברגע של סעיף ב?

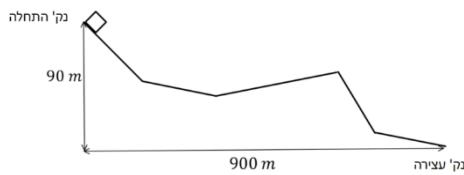
ד. מהי העבודה הכוח F מרגע $t = 0\text{ sec}$ ועד $t = 3\text{ sec}$?

(4) קופסה מחליקה על מקטעים ישרים*

קופסה משוחררת ממנוחה ומתחלילה להחליק לאורך מסלול שאינו ידוע, אך מורכב מקטעים ישרים בלבד.

בין הקופסה למשטח עליו היא מחליקה קיימים חיכוך והקופסה נעצרת בנקודת המרחק 900 m אופקית ו- 90 m מתחת لنקודת בה התחילה.

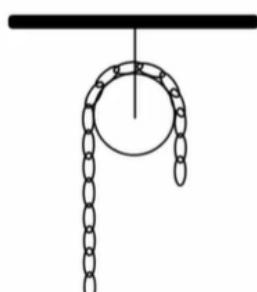
חשבו את מקדם החיכוך, לא חסרים נתונים.

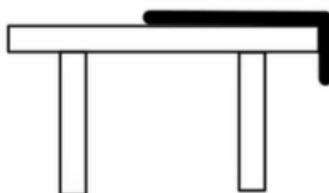
**(5) שרשרת על גלגלת**

שרשרת בעלת טסה M ואורך L מונחת על גלגלת אידאלית התלויה מהתקרה.

השרשרת מונחת כך שרבע מהשרשרת מצד אחד של הגלגלת ושאר השרשרת מצד השני. הנח שהחלק על הגלגלת עצמה זניח. המערכת משוחררת ממנוחה.

מצאו את מהירות השרשרת ברגע שהקצה האחרון שלה עבר את הגלגלת.



6) חבל מחליק משולחן אנרגיה ומשוואת תנועה*

חבל באורך L ומסה M מונח על שולחן חסר חיכוך כך שהקצה של החבל באורך d נשטט מחוץ לשולחן. החבל מוחזק ומשוחרר ממנוחה.

- רשמו את האנרגיה הקינטית והאנרגיה הפוטנציאלית במהלך החלקת החבל.

ב. השתמשו בשימור אנרגיה ומצאו את משוואת התנועה של החבל.

ג. השתמשו במשוואת התנועה ומצאו את מהירות החלקת כל החבל מהשולחן למיטה.

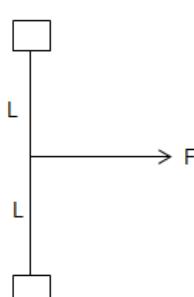
7) חישוב עבודה של כוח במסלול מעגלי ואלפטי

$$\bar{F} = a(2x + 4y)\hat{x} + b(4x - 2y)\hat{y}$$

א. מצא תנאי על a ו- b כך שהכוח יהיה משמר.

ב. מצא את העבודה שעשויה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך מעגל המתוואר ע"י: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$ כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה $(R, 0)$.

ג. מצא את העבודה שעשויה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך אליפסה המתווארת ע"י: $\vec{r} = d \cos \theta \hat{x} + k \sin \theta \hat{y}$ כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה $(d, 0)$.

**8) חוט מושך שתי מסות מחוברות בחוט****

חוט חסר מסה באורך $2L$ מחבר שתי מסות הנעות במשור אופקי ללא חיכוך.

כוח אופקי קבוע ונטען מושך את החוט במרכזו, בכיוון מאונך לחוט.

נach שהמסות מתרנסות ונבדקות בהתרנסות.

כמה אנרגיה הולכת לאיבוד בהתרנסות?

תשובות סופיות:

$$V = \sqrt{\frac{kd^2}{m_1 + m_2}} \quad \text{ב.} \quad \text{א. בנקודת הרפיוון של הקפיא.} \quad \text{(1)}$$

$$W = 0.75J \quad \text{ג.} \quad x = 0.738m \quad \text{ב.} \quad a_{(x)} = 15x^2 - 7x - 3 \quad \text{א.} \quad \text{(2)}$$

$$V = 4.64 \frac{m}{s} \quad \text{ט}$$

$$E_k = 62.5J \quad \text{ג.} \quad x = 2m \quad \text{ב.} \quad F = 103.7N \quad (2) \quad x = 12 \quad (1) \quad \text{א.} \quad \text{(3)}$$

$$W = 3935J \quad \text{ט}$$

$$0.1 \quad \text{(4)}$$

$$V = \sqrt{\frac{3gL}{8}} \quad \text{(5)}$$

$$\ddot{y} = \frac{gy}{L} \quad \text{ב.} \quad E = \frac{1}{2} MV^2 - \frac{M}{2} g \frac{y^2}{2} \quad \text{א.} \quad \text{(6)}$$

$$V(y=L) = \sqrt{\frac{g}{L}(L^2 - d^2)} \quad \text{ג.}$$

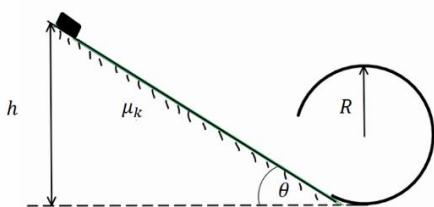
$$W = k \cdot d (0 - 4a\pi + 4b\pi) \quad \text{ג.} \quad W = R^2 (0 - 4a\pi + 4b\pi) \quad \text{ב.} \quad \nabla \times F = 0 \Rightarrow a = b \quad \text{א.} \quad \text{(7)}$$

$$\Delta E = F \cdot l \quad \text{(8)}$$

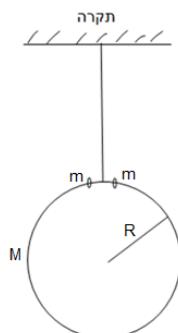
תרגילים מסכימים כולל תנועה מעגלית:

שאלות:

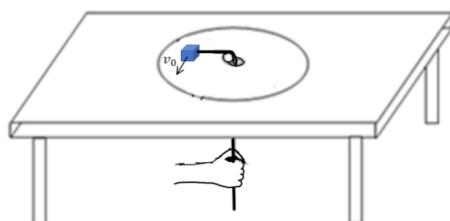
- 1) **תנאי להשלים סיבוב עם החיכוך במישור משופע**
גוף בעל מסה m מחליק על גבי מסילה המתוירת באורך.
מקדם החיכוך בין הגוף למישור המשופע הוא μ_k .
זווית המישור היא θ .
החלק המעגלי חסר חיכוך.
מצא את h הנמוך ביותר עבورو הגוף ישלים סיבוב בחלק העגול.



- 2) **שני חרוזים על טבעת מתווממת***
טבעת בעלת רדיוס R ומסה M תלואה מהתקarra
באמצעות חוט. מניחים בקצת העליון של הטבעת שני
חרוזים בעלי מסה זהה m .
החרוזים מתחילהים ליפול ממנוחה לשני צדי הטבעת.
מצא את היחס בין המסות הדרושים על מנת שהטבעת
תתרוםם במהלך נפילת הבדורים.



- 3) **מסה מסתובבת על שולחן ונמשכת למרכז***
מסה m נעה על שולחן חסר חיכוך בתנועה מעגלית ברדיוס R ובמהירות v_0 .
חוט קשור אל המסה הולך למרכז השולחן ועובד דרך גלגלת אידיאלית וחור בשולחן.
מושכים את החוט כך שהמסה מתקרבת למרכז.
א. מהי המהירות הזוויתית כתלות ב- r (המרחק ממרכז הסיבוב).
השתמשו בשיקולי כוחות בלבד. רמז: אין כוחות בכיוון $\hat{\theta}$.
ב. הוכיחו שהעבודה שהושקעה במשיכת החוט עד לרדיוס R כלשהו הקטן
מ- R זהה לשינוי באנרגיה הקינטית של המסה.
בסעיף זה ניתן להניח שהמהירות הרדיאלית קבועה.



תשובות סופיות:

$$h_{\min} = \frac{2.5R}{1 - \frac{\mu_k}{\tan \theta}} \quad (1)$$

$$\frac{m}{M} \geq \frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\omega(r) = \frac{v_0 R}{r^2} \quad (3)$$

ב. הוכחה.

פיזיקה 1 מ

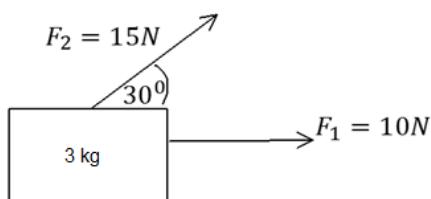
פרק 10 - מתקף ותנע -

תוכן העניינים

1. מהו תנע והחוק השני של ניוטון (לא ספר)	140
2. מתקף	140
3. חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים	141
4. סוגי התנגשויות	142
5. שימור תנע בה Tangshiyot_Kzrotot	143
6. סיכום וקדם תקומה	144
7. התנשויות קצרות ללא שימור תנע	145
8. תרגילים יסדים	146
9. תרגילים מסכמים	149

מתוך:**שאלות:**

- 1) דוגמה לחישוב מתוך**
שחקן בועט בכדור בעל מסה 2 ק"ג בכוח קבוע של 50 ניוטון. זמן המגע בין הכדור לשחקן הוא 0.2 שניות. מהי מהירות הכדור לאחר הביעת?



- 2) דוגמה 2- שני כוחות על גוף**
נתון גוף בעל מסה של 3 קילוגרם. על הגוף פועלם הכוחות כמו תואר בציור במשך זמן של 0.5 שניות.
א. מצא את המתוך שפועל בכל כוח.
ב. מצא את המתוך השקול הפעול על הגוף.
ג. מצא את מהירות הגוף לאחר פועל הכוחות אם התחיל ממנוחה.

- 3) מתוך של כוח ממוצע דוגמה**
כדור בעל מסה של 1 ק"ג נזרק לעבר קיר במהירות של 2 מטר לשנייה. הכדור פוגע בקיר וחוזר באותה מהירות.
א. חשב את המתוך שפועל על הכדור.
ב. מי מפעיל את המתוך הנ"ל?
ג. חשב את הכוח הנורמלי הממוצע שפעיל הקיר אם זמן הפגיעה הוא 0.2 שניות.

תשובות סופיות:

$$V_f = \frac{5\text{m}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$|J| = 12.1\text{N}\cdot\text{sec} \quad \text{ב.} \quad \vec{J}_1 = 5\text{N}\cdot\text{sec} \hat{x}, \quad \vec{J}_2 = 7.5\text{N}\cdot\text{sec} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$V_x = \frac{11.5}{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad V_y = \frac{3.75}{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$\bar{N} = -20\text{N} \hat{x} \quad \text{ב. הכוח הנורמלי.} \quad \text{ג.} \quad \vec{J} = \Delta \vec{P} = -4\text{N}\cdot\text{sec} \hat{x} \quad \text{א.} \quad (3)$$

חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים:

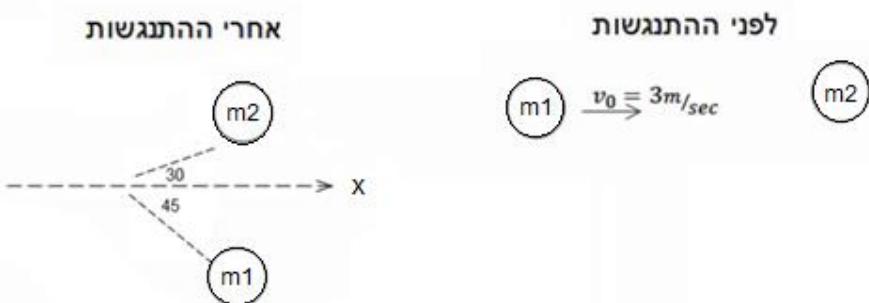
שאלות:

1) דוגמה לשימור תנע

כדור בעל מסה m_1 ומהירות v_0 , פוגע בכדור שני בעל מסה m_2 . לאחר ההתנגשות, כדור 2 עף בזווית של 30 מעלות עם ציר ה- x וכדור 1 עף בזווית של 45 מעלות מתחתי לציר ה- x .

$$\text{נתון : } m_1 = 3\text{kg} , m_2 = 2\text{kg} , V_0 = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

- א. מצא את גודל מהירות הגוף לאחר ההתנגשות.
- ב. מצא את המתќף שפועל על כל גוף.



תשובות סופיות:

$$V_1 = 1.55 \frac{\text{m}}{\text{sec}} , V_2 = 3.29 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ א. } \quad (1)$$

$$\vec{J}_1 = -5.71\text{N}\cdot\text{sec} \hat{x} - 3.29\text{N}\cdot\text{sec} \hat{y} , \vec{J}_2 = -\vec{J}_1 \text{ ב.}$$

סוגי התנגשויות:

שאלות:

1) פיזור

כדור מס' 1 בעל מסה m ומהירות v_0 מתרגש אלסטית בכדור מס' 2 בעל מסה $3m$ הנמצא במנוחה. הזרות של כדור מס' 2 עם ציר ה- x היא 45° . מצא את הזרות של כדור מס' 1 לאחר ההתנגשות.



תשובות סופיות:

$$\theta = 71.56^\circ \quad (1)$$

שימור תנוע בה Tangential קצירות:

שאלות:

1) זיקוק מתפוצץ

זיקוק נורמה לאויר בכיוון אנכי לקרקע.
ברגע שהזיקוק מגיע לשיא הגובה הוא מתפוצץ לשלווה חלקים שווים בגודלם.
משך זמן הפיצוץ הוא : 0.5sec

מהירות החלק הראשון לאחר הפיצוץ היא : $50 \frac{m}{sec^2}$ ומהירות החלק השני

היא : $20 \frac{m}{sec} \hat{x} - 10 \frac{m}{sec} \hat{y} + 50 \frac{m}{sec} \hat{z}$

מהי מהירות החלק השלישי?

תשובות סופיות:

$$\vec{u}_3 = 70\hat{x} - 25\hat{y} + 50\hat{z} \quad (1)$$

תנע, סיכום:

שאלות:

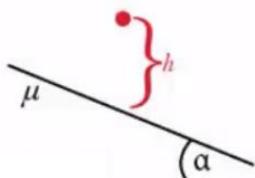
- 1) דוגמה עם מקדם תקומה
 גוף בעל מסה m נע ב מהירות v על משטח אופקי חלק ומתנשא
 בגוף בעל מסה $3m$ הנמצא במנוחה.
 נתון כי ההתנשאות חד ממדיות ומקדם התקומה הוא 0.8.
 מצא את מהירות הגוף לאחר ההתנשאות.

תשובות סופיות:

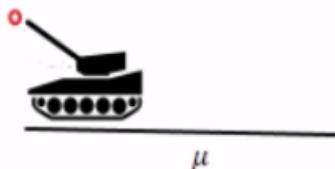
$$u_2 = 0.45V, u_1 = -0.35V \quad (1)$$

התנשויות קצרות ללא שימור תנוע:

שאלות:



- 1) **התנשויות קצרה במדרון**
 כדור בעל מסה m נפל אל מדרון לפי המתוואר בשרטוט.
 נתון כי הכדור אינו מתרומם חזרה מעל המדرون לאחר הפגיעה.
 מצא את מהירות הכדור רגע לאחר הפגיעה.



- 2) **טנק וחיכוך קינטי**
 טנק בעל מסה M יורה פגז בעל מסה m בזווית α מעלה האופק במהירות V .
 הטנק מוצב על מישור בעל מקדם חיכוך קינטי נתון.
 מה תהיה מהירותו של הטנק רגע לאחר הירייה?

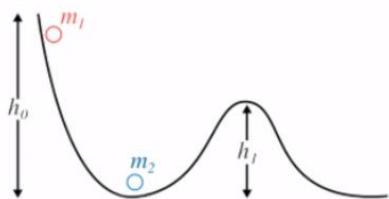
תשובות סופיות:

$$u_p = \frac{m\sqrt{2gh} \sin \theta - \mu m\sqrt{2gh} \cos \theta}{m} \quad (1)$$

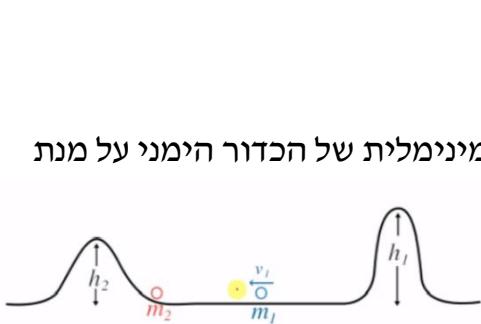
$$u = \frac{mv \cos \alpha - \mu mv \sin \alpha}{M} \quad (2)$$

תרגילים יסונים:

שאלות:



- 1) גובה למעבר מכשול לשני כדורים**
 כדור משוחרר ממנוחה על פי הנתונים בشرطוט.
 מה צריך להיות הגובה המינימלי ממנו הכדור
 משוחרר על מנת שני ה כדורים יעברו את
 המכשול כאשר:
 א. ההתנגשות פלסטית.
 ב. ההתנגשות אלסטית.
 (אין צורך לפתור את המשוואות).



- 2) מהירות למעבר מכשול לשני כדורים**
 בשאלת זו אין צורך לפתור את המשוואות.
 שני כדורים מונחים כמתואר בشرطוט.
 מה צריכה להיות מהירות ההתחלתית של הכדור הימני על מנת
 שהכדור השמאלי עבר את המכשול:
 א. בהתנגשות פלסטית.
 ב. בהתנגשות אלסטית.
 כת נתון כי המסה השמאלית כבדה
 פי 100 מהמסה הימנית.
 בהינתן שההתנגשות אלסטית,
 מה צריכה להיות מהירות המינימלית ההתחלתית על מנת ש:
 ג. הכדור השמאלי עבר את המכשול השמאלי.
 ד. הכדור הימני עבר את המכשול הימני.



- 3) לא אלסטי לא פלסטי**
 שני קרונות בעלי מסה 1 מונחים על גבי משטח
 ללא חיכוך. יורם את המסה הימנית
 במהירות 10 שמאליה.
 נתון כי ההתנגשות הינה אי אלסטי/אי פלסטית.
 מהי מהירותה של כל אחת מהמסות לאחר הפגיעה
 אם נתון כי בהתנגשות אבדה חצי מהאנרגיה ההתחלתית?

4) יחס מסות בהתנגשות אלסטית

שני כדורים מונחים על שולחן.

הכדור השמאלי נורה במהירות 10 אל עבר הכדור הימני בהתנגשות אלסטית.

תאר את מהירותו הגופים לאחר ההתנגשות במקרים הבאים:

א. מסת הכדורים שווה.

ב. מסת הכדור השמאלי כפול פי 100 מזו של הימני.

ג. מסת הכדור הימני כפול פי 100 מזו של השמאלי.

5) קליע לkapיצ' בלי חיכוך

קליע נורה אל קפיץ לפי הנתונים המופיעים בשרטוט.



מהו הכווץ המקסימלי?

(אין חיכוך בשאלת).

6) רתע באקדח

אקדח בעל מסה M יורה קליע בעל מסה m במהירות V.

מהי מהירות האקדח לאחר יציאת הקליע?

כמה אנרגיה נוצרה בתהליך?

7) תנוע לבעיתה בכדור

כדורגל מניף את רגלו לעבר כדור.

מסת הכדור m ומסת הרגל M והפגיעה אלסטית.



א. מה צריכה להיות מהירות הרגל על מנת

שהכדור יצא בדרךו אל השער במהירות U?

ב. פרשנify ספורט רבים נהגים לומר כי על דשא רטוב

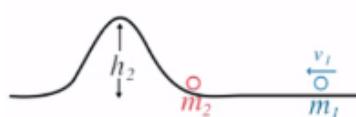
הכדור מאיץ מהר יותר. האם כך הדבר?

8) מהירות למעבר מכשול בפלסטי

מהי המהירות המינימלית שצרכיך לחתת למסה

הימנית על מנת שלאחר ההתנגשות פלסטית

הגוף יעבור את המכשול?

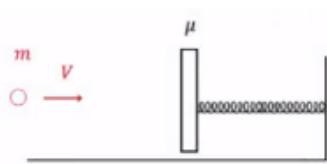
**9) קליע לkapיצ' עם חיכוך**

קליע נורה אל קפיץ לפי הנתונים

הופיעים בשרטוט.

מהו הכווץ המקסימלי בקפיז,

אם נתנו מועד החיכוך בין המסה M לרצפה?



תשובות סופיות:

$$\frac{1}{2}u_2^2 = gh_1 \text{ . ב. } \quad \frac{1}{2}u_1^2 = gh_1 \text{ . נ. } \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}u_2^2 = gh_2 \text{ . ג. } \quad \frac{1}{2}u_2^2 = gh_2 \text{ . ב. } \quad gh_2 = \frac{1}{2}u^2 \text{ . נ. } \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}u_1^2 = gh_1 \text{ . ט.}$$

$$u_1 = 100 - u_2, 0 = 2u_2^2 - 200u_2 + 9950 \quad (3)$$

ראה סרטון. **(4)**

$$\frac{1}{2}(m+M)u^2 = \frac{1}{2}k\Delta^2 \quad (5)$$

$$V_2 = -\frac{m}{M}V, E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 \quad (6)$$

$$P \Rightarrow MV_1 = Mu_1 + mu \text{ . ב. לא. } \quad (7)$$

$$E \Rightarrow \frac{1}{2}MV_1^2 = \frac{1}{2}Mu_1^2 + \frac{1}{2}mu^2 \text{ . נ. }$$

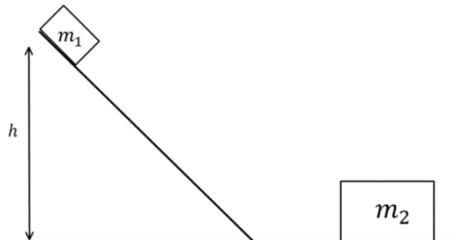
$$P \Rightarrow MV_1 = (m_1 + m_2)u \quad (8)$$

$$E \Rightarrow \frac{1}{2}\{m+M\}u^2 = (m+M)gh$$

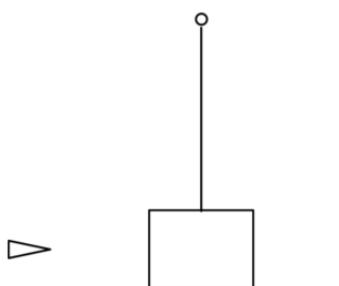
$$\frac{1}{2}(m+M)u^2 + (m+M)g \cdot \mu \cdot \Delta \cdot \cos(180) = \frac{1}{2}k\Delta^2 \quad (9)$$

תרגילים מסכימים:

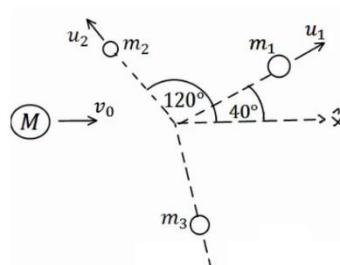
שאלות:



- (1) **גוף יורץ במדרון מתנש ועולה חזרה**
 גוף בעל מסה $m_1 = 2\text{kg}$ משוחרר ממנוחה על
 מדרון משופע בגובה $h = 1\text{m}$.
 בתחתית המדרון מונח גוף בעל מסה $m_2 = 5\text{kg}$.
 הגוף הראשון פוגע בגוף השני בהגיעה
 למשור האופקי והגוףים מתנגשים התרנסות
 אלסטית, עד לאיזה גובה יגיע הגוף הראשון
 בחזרה במעלה המדרון? אין חיכוך בין הגוףים למשטחים.



- (2) **קליע חודר מטוולת בליתטיה**
 בול עץ בעל מסה 2kg קשור לחוט ותלויה אנטית במנוחה.
 קליע בעל מסה 5g נע במהירות $v_1 = 450 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ פוגע
 בבול העץ, חודר אותו, ו יוצא מצידו השני
 במהירות $v_2 = 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.
 לאיזה גובה מקסימלי יגיע בול העץ?



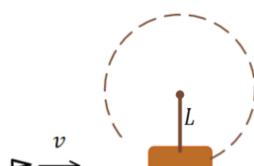
- (3) **פצצה**
 פצצה בעלת מסה $M = 13\text{kg}$ נעה באוויר במהירות
 קבועה $v_0 = 100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע מסוים, הפצצה מתפוצצת
 לשולש חלקים קטנים יותר.
 מסת החלק הראשון היא: $m_1 = 4\text{kg}$ והוא נע
 במהירות $v_1 = 80 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בזווית של 40° ביחס לכיוון המקורי.

- מסת החלק השני היא: $m_2 = 2\text{kg}$ והוא נע במהירות $v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ בזווית של 120° ביחס לכיוון המקורי.
 מסת החלק השלישי היא: $m_3 = 7\text{kg}$.
 מצא את מהירות החלק השלישי.

4) איבוד אנרגיה

- כדור בעל מסה $m_1 = 2\text{kg}$ ו מהירות $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ מתרחש בכדור בעל מסה $m_2 = 3\text{kg}$ הנמצא במנוחה. לאחר ההתנגשות הכדור הראשון נעה בכוון 30° מתחת לכיוון הפגיעה (ראה איור).
 א. מצא את מהירות הגוף לאחר ההתנגשות.
 ב. האם ההתנגשות אלסטית? אם לא - כמה אנרגיה נאבדה בהתנגשות?

5) קליע חודר בול עץ וגורם לסיבוב אנכי (כולל תנועה מעגלית)

- 
- בול עץ בעל מסה M תלוי אנכית באמצעות מוט קשיח חסר מסה באורך L . המוט ביחד עם בול העץ יכולים להסתובב במעגל אנכי (ראה איור).
 יורים קליע בעל מסה m ב מהירות אופקית v לעבר בול העץ. הקליע חודר את הבול ויוצא מצדיו השני ב מהירות v_f . יחד עם הקליע יוצאה גם חתיכה מהעץ (ב מהירות הקליע) וב מסה של 5 אחוז ממשת בול העץ.
 מהי מהירות המינימלית של הכדור עבורה בול העץ יוכל להשלים סיבוב אנכי (שמעו לב שהמוט קשה)?

6) אדם יורץ מכדור פורח

- 
- אדם נמצא בכדור פורח בגובה קבוע באויר. משקלו של האדם הוא 70 ק"ג ומסתו של הכדור פורח (לא האדם) היא 280 ק"ג (כולל הסל וכל אביזר אחר בכדור). האדם משלשל חבל מהסל של הכדור פורח ומתחיל לרדת באמצעות החבל כלפי מטה.
 א. אם מהירותו של האדם בזמן הירידה בחבל היא 3 מטר לשנייה כלפי מטה וביחס לקרקע, מהי מהירות של הכדור פורח (גודלו וכיונו)?
 ב. מהי מהירות הכדור פורח אם האדם נעצר לפתע באמצעות (לפני שהוא מגיע לקרקע)?

7) מסה על קרונית ואיובוד אנרגיה

נתון כוח F קבוע המושך עגלת בעלת מסה m_1 ללא חיכוך.

על העגלה נמצא מסה m_2 ובין המסות יש חיכוך.

נתון: m_2 , m_1 , F , μ_k , μ_s .

א. מה הכוח F המקסימלי עبورו המסה העליונה
תחליק ביחס לתחנותה?

נניח כי הכוח F גדול מזה שחייבת בסעיף א'.

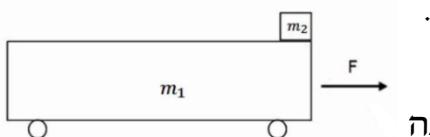
נניח גם כי הכוח הפועל במשך זמן T נתון והמסה העליונה אינה נופלת מתחנותה.

ב. מה הכוח F המקסימלי?

ג. מהי תאוצת הגוף, מהירותם ומיקומם כפונקציה של הזמן עד לזמן T ?

ד. כמה אנרגיה הולכת לאיבוד בזמן זה?

ה. מצא את מהירותם הסופית של הגוף ($v-T > t$) בהנחה שהמסה העליונה
עדין לא נופلت.



A diagram showing a horizontal rectangular cart labeled m_1 with two small circles at the bottom representing wheels. On top of the cart is a smaller rectangular mass labeled m_2 . A horizontal arrow pointing to the right from the center of the cart is labeled F .

A. מה הכוח F המקסימלי עبورו המסה העליונה
תחליק ביחס לתחנותה?

נניח כי הכוח F גדול מזה שחייבת בסעיף א'.

נניח גם כי הכוח הפועל במשך זמן T נתון והמסה העליונה אינה נופلت מתחנותה.

ב. מה הכוח F המקסימלי?

ג. מהי תאוצת הגוף, מהירותם ומיקומם כפונקציה של הזמן עד לזמן T ?

ד. כמה אנרגיה הולכת לאיבוד בזמן זה?

ה. מצא את מהירותם הסופית של הגוף ($v-T > t$) בהנחה שהמסה העליונה
עדין לא נופلت.

8) מסה על שני קرونות

נתונים שני קرونות על משטח חלק.

הקרון ימני במנוחה והקרון השמאלי נע לעברו במהירות v .

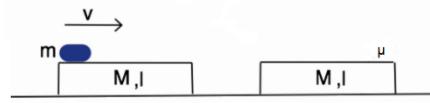
על הקרון השמאלי מונחת מסה הנעה יחד עם הקרון.

מקדם החיכוך בין המסה לקרון ימני נתונה.

בין המסה לקרון השמאלי אין חיכוך.

בזמן $t=0$ ה الكرון השמאלי פוגע בקרון ימני

ונצמד אליו (אך הוא יכול להיפרד ממנו לאחר מכן).



א.מתי תעבור המסה לקרון ימני?

ב. מה תהיה מהירותו הסופית של הקרון ימני?

ג. מהי תאוצת ה الكرון ימני? כמה זמן תאוצה זו נמשכת?

ד. האם סעיף ב' ווי' תואמים בתשובותיהם?

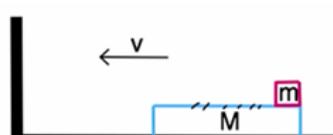
9) מסות שומרות תנע ונבדקות לקיר

המסה m מונחת על גבי ה الكرונית M (אך אינה מחוברת אליה).

שתי המסות נעות יחד ב מהירות v על גבי משטח

חלק לעבר קיר. התנgesות בקיר אלסטית.

מקדם החיכוך בין המסות הוא μ .



א. מה תהיה מהירות המסה M לאחר זמן T ?

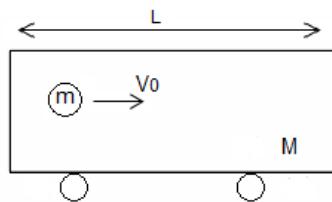
ר. בהנחה שהיא גדולה מהמסה m .

ב. ענה על סעיף א' בהנחה שהמסה M קטנה מהמסה m .

10) כדור בקרונית

כדור בעל מסה m ומהירות v_0 נעה בתזוז קרונית בעלת מסה $M = \alpha m$ ואורך L .
הכדור מתהפך בדופן הימנית של הקרונית התנשאות אלסטית.

(אין חיכוך בין הקרונית לרצפה).



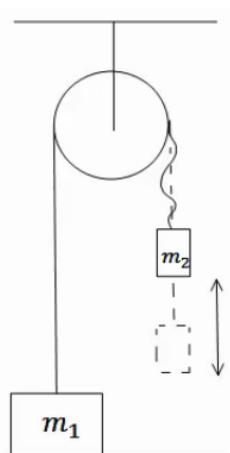
- א. מהי מהירות הגוף לאחר ההתנשאות?
בדוק עבור: $\infty, 1, 0 = \alpha$.
- ב. כמה זמן יעבור מהפגיעה הראשונה בדופן לפגיעה השנייה בדופן השמאלית?

11) שתי מסות על גלגלת וחוט רפי

שתי מסות m_1 , m_2 תלויות על גלגלת אידיאלית חסרת חיכוך.

המסה m_1 נמצאת על הקרקע במנוחה בעוד שהמסה m_2 תלואה באוויר.

מריימים את מסה m_2 לגובה H נוספת כך שהחוט מתרופף ומשחררים אותה ממנוחה.
א. מצא את מהירות המסאה m_2 לפני שהיא מגיעה לנקודה בה החוט נמתך.



- ב. כתע החוט נמתך. הנח שהחוט איינו אלסטי,
כלומר, האורך שלו קבוע ללא תלות בגודל
המתיחות שלו כל עוד קיימת בו מתיחות כלשהי
(והוא איינו רפי כמו בסעיף א').
- מצא את השינוי הכלול בתנוע של שתי המשקלות
(בין הקטע מיד לפני שהחוט נמתך לבין הקטע
מיד אחרי שהחוט מתוח ושתי המסות זזות).
- ג. מצא את המתקף שפעילה התקarra על הגלגלת
בזמן מתיחות החוט.
- ד. לאיזה גובה תעלה m_1 בהנחה ש- $m_1 > m_2$ ו- m_1 ו- m_2 איננה פוגעת ברצפה.

ה. מהו המתקף שפעילה התקarra על הגלגלת מהרגע $t=0$
עד לרגע בו m_1 הגיעו לשיא הגובה?

12) מסה מתנשאת במשאית ונופלת

מסה m מונחת על עגלה חסרת חיכוך בעלת אורך L
ומסה $5m$. המסאה נועשת במהירות v לכיוון שמאל
והעגלה נייחת.

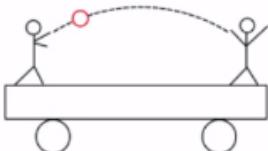


נתון כי ההתנשאות בין המסאה לבין העגלה היא
התנשאות אלסטית.

לאחר כמה זמן מרגע ההתנשאות תיפול המסאה מהעגלה?

13) רתע בתוך עגלת

בתוך עגלת ללא חיכוך עומדים שני חברים המקובעים לרצפת ה الكرון. מסת האנשים וה الكرון M ואורך ה الكرון T.



האדם זורק כדור בעל מסה m ב מהירות v אל עבר חברו.

- מה תהיה מהירות העגלת והאנשים שעלייה לאחר זריקת ה כדור?

- מה תהיה מהירות העגלת לאחר שהחבר יתפос את ה כדור?

- כמה זמן ה כדור ישחה באוויר?

- מהו המרחק אותו עברה העגלת במהלך זמן זה?

- תאר מה יקרה אם החבר ימסור חורה את ה כדור לחברו.

14) אדם הולך על עגלת (מכיל תנועה יחסית)

אדם בעל מסה M עומד על עגלת בעלת מסה m.

האדם מתחילה ללכט ב מהירות v ביחס לעגלת.

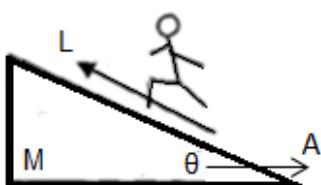
מצא את מהירות האדם והעגלת ביחס לקרקע אם אין חיכוך בין העגלת לרצפה.

15) אדם על רמפה (מכיל תנועה יחסית)*

אדם שמסתו m רץ במעלה רמפה משופעת בזווית θ .

מסת הרמפה היא M, והוא מונחת על משירור חלק.

האדם מתחילה מנוחה והזמן הדרוש לו ב כדי לעבור דרך שאורכה L על פני הרמפה הוא T.



- מהי תאוצת האדם ביחס לرمפה?

- עקב הריצה נ הדפת הרמפה ימינה, בתאוצה לא ידועה A יחסית לקרקע.

בטאו את רכיבי התאוצה של האדם יחסית לקרקע בעזרת התאוצה A.

- כמה זהה הרמפה ימינה בזמן T?

16) כדור עולה על מדרון משולש

מדרון משולש בעל גובה $h = 3m$ חופשי לנوع

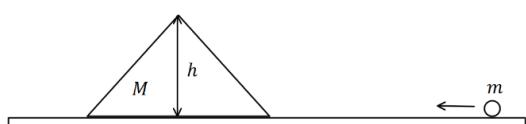
על משטח אופקי חלק (ללא חיכוך).

מסת המדרון היא : $M = 15kg$.

מגללים כדור בעל מסה $m = 5kg$

על המשטח לכיוון המדרון.

התיחס לכדור כל גוף נקודתי.



- מה צריכה להיות המהירות שבה מגלגלים את ה כדור כך שהוא יעזור (ביחס למדרון) לבדוק לפני שהוא עבר את שיא הגובה של המדרון?

- מהי מהירות המדרון ברגע שהכדור מגיעה לשיא הגובה?

- מהי המהירות הסופית של המדרון וה כדור?

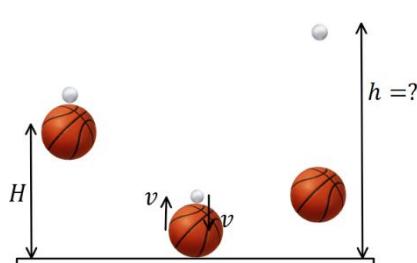
17) מסה מחליקה בין שני טרייזים

גוף בעל מסה m מחליק על שני טרייזים זהים בעלי מסה M כל אחד.



המעבר מהטרייז למשטח האופקי הוא חלק, המשטחים חסרי חיכוך וחופשיים לנעו על השולחן (ראו סרטווט).

לאיזה גובה מקסימאלי יטפס הגוף על הטרייז השני אם גובהו ההתחלתי הוא h ?

**18) כדור גולף על כדורסל**

כדור גולף וכדור כדורסל מוחזקים במנוחה אחד מעל השני בגובה $m = H = 1.5m$.

משחררים אותם ליפול ממנוחה. מה יהיה הגובה המרבי אליו הגיעו כדור הגולף אם נניח שככל ההתגשויות אלסטיות ומצחירות. מסת כדור הגולף היא: $m = 46\text{gr}$ ומסת הכדורסל היא: $M = 624\text{gr}$.

19) התנגשות אלסטית זהה בכל המערכת

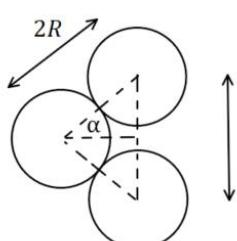
במערכת אינרציאלית מסוימת האנרגיה הקינטית של שני גופים ${}_1m$ ו- ${}_2m$ היא E_k .

מצאו את האנרגיה הקינטית של הגוף במערכת אינרציאלית אחרת הנעה ב מהירות v_0 ביחס למערכת המקורית.

השתמשו בתוצאה שקיבלו והראו כי אם במערכת מסוימת התנגשות היא אלסטית אז היא חייבת להיות אלסטית גם בכל מערכות הייחוס האינרציאליות האחרות.

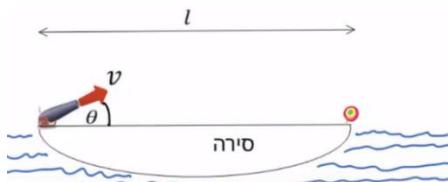
20) דיסקה מתנגשת בשתי דיסקות זהות

על מישור חלק נמצאות 3 דיסקות זהות בעלות מסה M ורדיוס R כל אחת.



הדיסקה השמאלית באוויר נעה ב מהירות v_0 ומתנגשת בתנגשות אלסטית בו זמנית עם שתי הדיסקות האחרות כפי שמתואר באירור. המרחק בין הדיסקות שנמצאות במנוחה לפני ההתנגשות מתואר על ידי $2Rk$ כאשר $2 \leq k \leq 1$.

- מיהי גודלה של מהירות הדיסקה הפוגעת לאחר ההתנגשות כתלות בזווית α שבאיור?
- עבור אילו ערכים של k הדיסקה תחזור אחורה/תיעצר במקום/תמשיך קדימה?

**(21) סיירה יורה פגז על מטרה בקצתה השני**

סיירה באורך l נמצאת על מים שקטים, בקצתה השמאלי של הסיירה נמצא תותח צעצוע ובקצתה הימני נמצא מטרה. התותח יורה פגז צעצוע בזווית θ ובמהירות v ביחס לקרקע.

מסת הפגז היא m ומסת הסיירה היא M .

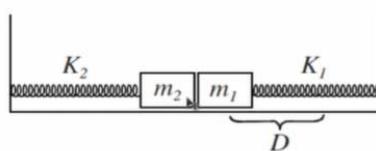
מצא את המהירות v הדורשה בשבייל לפגוע במטרה (הזנח את גובה התותח וגובהה המטרה והנח כי התותח מחובר לסיירה).

(22) שרשרת מחליקה משולחן

שרשרת בעלת אורך l ומסה m מחליקה ממנוחה משולחן כאשר חצייה עדין מונח על השולחן.



- מה תהיה מהירותה השרשרת ברגע הניתוק מהשולחן, בהנחה שאין חיכוך?
- ענה על סעיף א' בהנחה שמקדם חיכוך μ קיים בין השרשרת לשולחן.

(23) שתי מסות ושני קופיצים

מסות מתחילה ממנוחה כבשרטוט.

המסה הימנית נמתחת מרחק D ימינה ומשוחררת. כשהיא פוגעת במסה השנייה היא נדבקת אליה ושתיהן ממשיכות יחד.

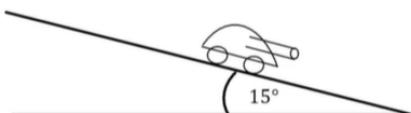
- מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיז השמאלי?
- מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיז הימני כאשר שתי המסות חוזרות ימינה?

(24) טנק יורה פגזים ועולה במדרון**

טנק שמסתו 800 ק"ג (טנק קל מאוד) נמצא ברגע מסויים במנוחה על מדרון משופע בזווית של 15 מעלות. הטנק יורה שני פגזים במרוחך של 2 שניות בין הירי הראשון לשני.

מסת כל פגז היא 20 ק"ג והוא נורה במהירות לוע של 400 מטר לשנייה במקביל ובמוריד למדרון. הניחו שלטנק גלגלים וחיכוך בין המדرون זניח.

מה העתק המקסימלי שיעשה הטנק במעלה המדרון?



תשובות סופיות:

0.18m **(1)**

0.028m **(2)**

$u = 155 \frac{m}{sec}$ **(3)**

ב. לא אלסטית, $J = 8.27$ $Q = 8.27$ $u_1 = 8.66 \frac{m}{sec}$, $u_2 = 3.34 \frac{m}{sec}$. **(4)**

$v_{min} = \left[(m + 0.05M)v_f + 0.95M \cdot 2\sqrt{gL} \right] \cdot \frac{1}{m}$ **(5)**

ב. 0 א. $0.75 \frac{m}{sec}$ כלפי מעלה. **(6)**

ב. תאוצה: $a_1 = \frac{F}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} \mu_k g$, $a_2 = \mu_k g$: $F \leq \mu_s g(m_1 + m_2)$. **(7)**

מהירות: $x_1(t) = \frac{1}{2}a_1 t^2$, $x_2(t) = \frac{1}{2}a_2 t^2$: מיקום, $v_1(t) = a_1 t$, $v_2(t) = a_2 t$:

$u_f = \frac{F \cdot T}{m_1 + m_2}$.**7** $E = F \cdot \frac{1}{2}a_1 T^2 - \left(\frac{1}{2}m_2 v_2^2(T) + \frac{1}{2}m_1 v_1^2(T) \right)$.**8**

$\tilde{u} = \frac{v \left(m + \frac{M}{2} \right)}{M + m}$.**7** $t = \frac{2l}{v}$.**8**

ד. $M \cdot v \cdot \left(m + \frac{M}{2} \right) = (m + M) \cdot M \cdot \frac{v}{2} + (m + M) \cdot mg\mu \cdot \tilde{t}$, $a = \frac{mg\mu}{M}$.**9**

ב. $\tilde{u} = \frac{v(M-m)}{M+m}$.**7** חיובי, $\tilde{u} = \frac{v(M-m)}{M+m}$.**8** **(9)**

א. $u_1 = -v_0$, $u_2 = 0$: $\alpha = \infty$, $u_1 = 0$, $u_2 = v_0$: $\alpha = 1$, $u_1 = v_0$, $u_2 = 2v_0$: $\alpha = 0$. **(10)**

$t = \frac{L}{u_2 - u_1}$.**7**

$J_{ceiling} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH}$.**7** $\Delta P_{Total} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH}$.**7** $v_2 = \sqrt{2gH}$.**8** **(11)**

$J_{Totalceiling} = 0 + \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} + \frac{m_1(m_1 + m_2)}{m_1 - m_2} \sqrt{32gH}$.**7** $h = \frac{m_2}{m_1 - m_2} \sqrt{\frac{H}{2g}}$.**7**

$t = \frac{L}{v}$ **(12)**

ג. $L = t \cdot (v - u)$.**7** ב. $mv + Mu = (m + M) \cdot 0$.**7** א. $0 = mv + Mu$.**7** **(13)**

ה. ראה סרטון. $x = u \cdot t$.**7**

$u_2 = \frac{mv_R}{m+M}$, $u_1 = \frac{-Mv_R}{m+M}$ **(14)**

$$x_{ramp}(T) = \frac{m}{m+M} L \cos \theta \quad \text{ג.} \quad a_{P_x} = \frac{2L}{T^2} \cos \theta - A \quad \text{ב.} \quad a'_{P_x} = \frac{2L}{T^2} \quad \text{ג. (15)}$$

$$u_1' = 2\sqrt{5} \frac{m}{sec}, u_2' = -2\sqrt{5} \frac{m}{sec} \quad \text{ג.} \quad u = \sqrt{5} \frac{m}{sec} \quad \text{ב.} \quad v_0 = 8.94 \frac{m}{sec} \quad \text{ג. (16)}$$

$$h'_{max} = \frac{M^2 h}{(M+m)^2} \quad \text{(17)}$$

$$h \approx 12.3m \quad \text{(18)}$$

$$E_k' = E_R - (m_1 v_1 + m_2 v_2) v_0 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_0^2 \quad \text{(19)}$$

$$u_1 = v \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha} \quad \text{ג. (20)}$$

ב. קדימה : $1 \leq k < \sqrt{2}$, $k = \sqrt{2}$: ב مكانם, $\sqrt{2} < k \leq 2$: לאחר

$$v = \sqrt{\frac{gL}{\left(1 + \frac{m}{M} \sin 2\theta\right)}} \quad \text{(21)}$$

$$v = gl \left(\frac{3 - \mu}{4} \right) \quad \text{ב.} \quad v = \sqrt{\frac{3}{4} gl} \quad \text{ג. (22)}$$

(23) ראה סרטון.

$$x(t=5.82) \approx 60m \quad \text{(24)}$$

פיזיקה 1 מ

פרק 11 - מסה משתנה -

תוכן העניינים

158	1. הקדמה ופיתוח הנוסחה.....
160	2. שימוש בנוסחה
(לא ספר)	3. סיכום מסה משתנה
161	4. תרגילים נוספים

שימוש בנוסחה:

רקע

אם מסת הגוף משתנה אז צריך לעבוד בניסוח הכללי יותר של החוק השני

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

(הנוסחה $m\vec{a} = \sum \vec{F}$ לא נכונה עבור גוף שהמסה שלו משתנה)

נוסחה כללית לתנועה גופים שפולטים מסה

$$\sum \vec{F}_{ext} = M(t) \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}_{rel} \frac{dm}{dt}$$

כאשר

$\frac{dm}{dt}$ - קצב הפליטה ((חייבי כאשר חומר יוצא מהגוף ושלילי אם חומר נכנס לגוף)

\vec{v}_{rel} - מהירות החומר שנפלט ביחס לגוף (אם החומר נפלט אחרת אז היא צריכה להיות שלילית)

שאלות:

1) חיכוך במסה משתנה

עגלה בעלת מסה ההתחלתית M_0 נעה על משטח עם חיכוך.

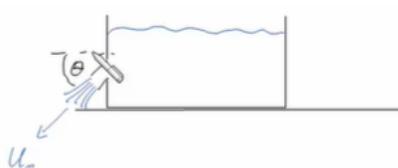
לעגלה מחובר בקצת האחורי צינור המשפרץ מים בקצב α ומהירות u_0 .

הצינור נמצא בזווית θ ביחס לציר ה- x .

נתון: M_0 , θ , α , μ_k , u_0 .

א. כתוב את משוואת התנועה.

ב. מצא את המהירות כפונקציה של הזמן.



תשובות סופיות:

$$-\mu_k (M(t)g - u_0 \sin \theta \alpha) = M(t) \frac{dv_x}{dt} - \alpha u_0 \cos \theta . \quad \text{א} \quad (1)$$

$$v(t) = -\mu_k g t + \left(\frac{C}{\alpha} \ln \frac{M_0 - \alpha t}{M_0} \right) + v_0 . \quad \text{ב}$$

שימוש בנוסחה:

שאלות:

1) חיכוך במסה משתנה

עגלה בעלת מסה ההתחלתית M_0 נעה על משטח עם חיכוך.

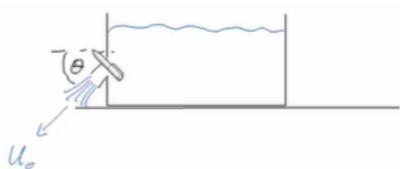
לעגלה מחובר בקצת האחורי צינור המשפרץ מים בקצב α ומהירות u_0 .

הצינור נמצא בזווית θ ביחס לציר ה- x .

נתון: M_0 , θ , α , u_0 .

א. כתוב את משוואת התנועה.

ב. מצא את מהירות כפונקציה של הזמן.



תשובות סופיות:

$$-\mu_k(M(t)g - u_0 \sin \theta \alpha) = M(t) \frac{dv_x}{dt} - \alpha u_0 \cos \theta \quad \text{א.}$$

$$v(t) = -\mu_k g t + \left(\frac{C}{\alpha} \ln \frac{M_0 - \alpha t}{M_0} \right) + v_0. \quad \text{ב.}$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) עגלת עם מטף קצר

מתקינים על עגלת מטף קצר.

המטף פולט קצר אחורנית (ואופקית) מהעגלת

$$\text{במהירות } u \text{ ביחס לעגלת ובקצב } \frac{dm}{dt} = a - bt$$



פליטת הקצר גורמת לעגלת לנוע בקו ישר.

מסת העגלת (כולל המטף) בתחילת התנועה

היא M_0 ואינו חיכוך בין העגלת לקרקע.

א. מהו הייחודה של a ו- b ? הנח שכל הגודלים האחרים ב- s.m.k.s.

ב. מצאו את תאוצת העגלת כתלות בזמן כל עוד $t > 0$.

ג. מהי מהירות העגלת כתלות בזמן?

2) חללית מתנקת מיכלים

חללית יכולה לנתק את מכלי הדלק הריקים שלה.

מכל שהתרוקן מתנקת ונופל לים וכל משקלו של המיכל הריק אינו מעmis עוד על החללית.



נתונה חללית בעלת מסה התחלתית- M_0 , קצב פליטת גזים- α ו מהירות הגז ביחס לחללית- u .

כאשר החללית מאבדת ממשקלה מסה m (מסת הדלק שהיא במיכל) היא מתנקת את המיכל שמסתו k וממשיכה במעופה הרגיל. כאשר החללית מאבדת ממשקלה m נוספת, נגמר הדלק במכליה והיא מכבה מנועים וממשיכה ב מהירות הסופית.

הנח שהחללית מתחילה מנוחה ושהיא משוגרת מתוך חלל, כלומר אין השפעת כבידה על החללית.

א. מהי מהירות החללית רגע לפני ניתוק המיכל הראשון?

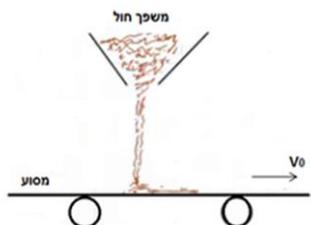
ב. מהי מהירות החללית לאחר ניתוק המיכל?

ג. מהי מהירותה הסופית של החללית?

(הנח שהיא שומרת על מהירותה לאחר כיבוי המנועים).

ד. בכמה שיפרה החללית את מהירותה הסופית על ידי ניתוק המיכלים?

3) משפט חול על מסוע



משפק חול מפיל חול על מסוע בקצב At

כasher A קבוע. אין חיכוך בין המסוע לרצפה.

- א. מה הכוח F הדורש על מנת למשוך את המסוע
במגירות הרויות (ונותנה) ?

- ב. מהו היחס (אנרגייה יחידת זמן) שמקיע הכוח?

4) בלונו

בלון בעל מסה M מלא בגז. נתון כי $\frac{3}{4}$ ממשת הבלון היא מסת הגז.

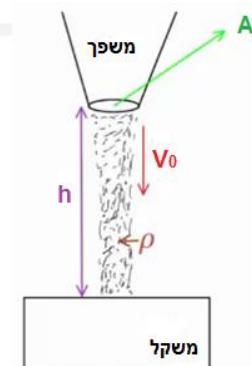
משחררים את הבלון ממנוחה והג' יוצא במהירות v_0 ביחס לבלון.

נתון כי הבלון מאיץ בקו ישר כלפי מעלה בתאוצה של $0.5g$.

א. מצא את קצב פליית הגז מהבלון.

ב. מצא את הגובה המקסימלי אליו יגיע הבלון.

5) משפט על משקל



משפק חול נמצא מעל משקל, החול יוצא מהמשפק במהירות V_0 . שטח החתך של פתח המשפק הוא A ונתנו כי המשפק נמצא בגובה H מעל המשקל.

נתונה צפיפות המסה של החול ρ .

הזנח את גובה החול המצטבר על המשקל.

- א. מהי כמות החול היוצאת מהמשפך ביחידת זמן?

- ב. מה מהירות החול בהגיעו לפני פגיעתו במשקל?

- ג. במליך המילוי כאשר המשקל מראה W מה היחס בין המשקל האמתי של החול לערך שמראה המשק

- ד. נניח כי כאשר המשקל מראה את המשקל מסעיף ג' סוגרים את המשפט.
מה יראה המשקל לאחר זמן רב?

- ה. לאחר האמור בסעיף ד' מאייצים את המשקל בתאוצה של 5 מטר לשניה
בריבוע כלפי מעלה. מה יראה המשקל?

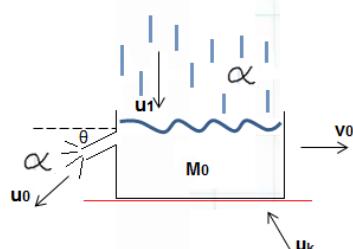
6) טיפת גשם

טיפת גשם נופלת דרך ענן וסופחת מים יחסית לשטח הפנים שלה.

קצב שינוי המסה של הטיפה נתון לפי $\frac{dm}{dt} = 4\pi r^2 b$, כאשר b קבוע ו- r הוא רדיוס הטיפה. נתונה גם צפיפות המים ρ . הזנה את התנודות האוויר. הנח כי הטיפה מתחילה ליפול ממנוחה ורדיוסה ההתחלתי הוא r_0 .

- מצא את רדיוס הטיפה כפונקציה של הזמן.
- חשב את מהירות הטיפה כפונקציה של הזמן.
- מצא את התאוצה של הטיפה זמן קצר לאחר תחילת תנועתה.
- מצא את תאוצת הטיפה לאחר זמן רב.

$$\text{פתרון}: v(r) = (Cr)^A + \frac{B}{1-A} \quad \text{הו} \quad \frac{dv}{dr} = A \frac{v}{r} + B$$

**7) עגלה עם גשם, משאבה וחיכוך**

עגלה בעלת מסה M_0 נועשת על משטח עם חיכוך.

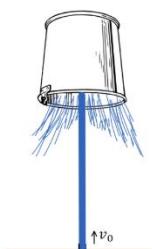
על העגלה יורדת גשם בקצב a ובמהירות v_0 בציר האנכי בלבד. בנוסף, לעגלה מחוברת משאבה בקצב האחורי, המוציאיה מים מן העגלה החוצה ב מהירות v_0 ובקצב זהה a . המשאבה מוציאיה את המים בזווית θ מתחת לציר ה- x (ראה ציור). לעגלה מהירות התחלתית V_0 . מקדם החיכוך הקינטי μ וכל הגדים הרשומים בשאלת נתונים.

- מצא את משוואת התנועה של העגלה.
- מצא את המהירות הסופית של העגלה.
- מצא את מהירות העגלה כפונקציה של הזמן.

8) חול נשוף מקרונית

קרונית עמוסה בחול נעה על פסים ללא חיכוך ב מהירות v .

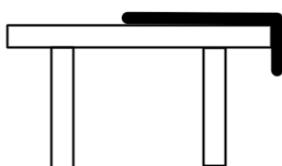
ברגע מסוים נפתח חלון בתחום הקרונית וחול מתחילה להישפך בקצב קבוע α . מהי מהירות הקרונית כתלות בזמן?

**9) דלי מוחזק באוויר**

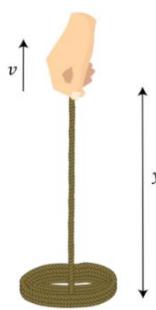
דלי בעל מסה M מוחזק הפוך באוויר באמצעות זרם מים.

המים יוצאים מצינור באדמה ב מהירות v_0 כלפי מעלה ובקצב α .

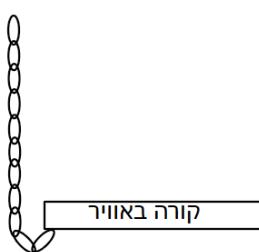
מהו הגובה בו הדלי נמצא באוויר? הנח שהמים לא ניתזים חזרה לאחר הפגיעה בDALI.

10) חבל מחליק משולחן

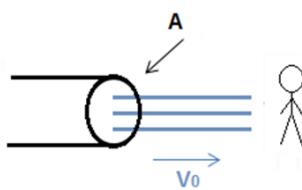
חבל באורך L ומסה M מונח על שולחן חסר חיכוך כך שהקצתו של החבל באורך d נשמט מחוץ לשולחן. החבל מוחזק ומשוחרר ממנוחה. מה תהיה מהירות החבל כאשר כל אורך החבל ייפול מהשולחן. פטור משיקולי תנוע בלבד! הנח שהחבל אינו פוגע ברצפה.

11) מרימים חבל ממנוחה

חבל אחד, בעל מסה M ואורך L מונח על שולחן. מרימים קצה אחד של החבל במתירות קבועה v .
 א. מהי המתייחסות בקצתה העליון של החבל כתלות בפרמטרים של השאלה ובגובה הקצה y ?
 ב. מהי העבודה שעושה היד ביחידת זמן?
 ג. מהו קצב שינוי האנרגיה ה.colliderת של החבל?

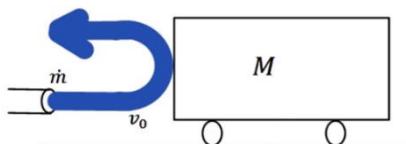
12) שרשרת מחוברת לקורה נופלת

שרשרת באורך L וצפיפות אחידה ρ מחוברת לקורה התלויה באוויר. מרימים את השרשרת אנכית מעל הקורה ומשחררים ממנוחה. הנח שה חלק שמחובר לקורה בהתחלה זניח, כלומר גובה הקצה העליון של השרשרת הוא L מעל החיבור עם הקורה. הנח שהשרשרת לא פוגעת בקרקע במהלך הנפילה.
 א. מהי מהירות החלק שנופל כתלות בזמן?
 ב. מהו התנע של כל השרשרת כתלות בזמן?
 ג. מה הכוח שפעילה הקורה על השרשרת כתלות בזמן?
 ד. מה גודל הכוח שפעילה הקורה ברגע הנפילה האחרון של השרשרת אם מסת השרשרת היא 2 kg ?

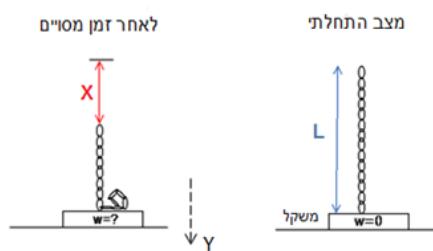
13) צינור משפריז על אדם*

צינור משפריז מים על אדם.
 לצינור שטח חתך A וצפיפות המים נתונה ρ .
 נתונה גם מהירות יציאת המים מהצינור v_0 .

א. מצא את הכוח שפועל על אדם הנמצא במנוחה, בהנחה שהמים אינם ניתזים חזקה.
 ב. מצא את הכוח הפועל על אדם הבורח במתירות $v < v_0$.

**14) צינור משפריז מים על עגלת***

צינור משפריז מים על עגלת בעלת מסה M .
 המים יוצאים מהצינור ב מהירות v_0 ובקצב \dot{m} נתון (הנח כי מהירות המים קבועה עד לפגיעה בעגלת). המים מתנגדים התנגשות אלסטית ביחס לעגלת.
 מצא את מהירות העגלת כפונקציה של הזמן.

**15) שרשרת נופלת על מז משקל***

שרשרת בעלת אורך L ומסה M מוחזקת בצוואר אנכית מעל מז משקל כך שהקצה התחתון שלה בדיק נוגע במשקל. השרשרת משוחררת ממנוחה.
 מצא מה מראה המשקל כפונקציה של x (הمرחק אותו עבר הקצה העליון).

תשובות סופיות:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{u(a-bt)}{M_0 - at + \frac{1}{2}bt^2} . \text{ב.} \quad [a] = \frac{\text{kg}}{\text{sec}} , \quad [b] = \frac{\text{kg}}{\text{sec}^2} . \text{א.} \quad (1)$$

$$v(t) = u \ln \left[\frac{M_0}{M_0 - at + \frac{1}{2}bt^2} \right] . \text{ב. לא משתנה.} \quad u \ln \frac{M_0}{M_0 - m} . \text{א.} \quad (2)$$

$$u \ln \left(\frac{M_0 - m - k}{M_0 - 2m - k} \right) . \text{ט} \quad u \ln \frac{M_0(M_0 - 2m - k)}{(M_0 - m)(M_0 - m - k)} . \text{ז.} \quad (3)$$

$$y_{\max} = \frac{g}{4} \left(\frac{2u_0}{3g} \ln 4 \right)^2 + \frac{1}{2g} \left(\frac{u_0}{3} \ln 4 \right)^2 . \text{ב.} \quad -\frac{3g}{2u_0} M e^{-\frac{3g}{2u_0} t} . \text{א.} \quad (4)$$

$$\frac{W}{W'} = 1 - \frac{V_F \rho A V_0}{W'} . \text{ג.} \quad V_F = \sqrt{V_0^2 + 2gh} . \text{ב.} \quad \frac{dm}{dt} = \rho A V_0 . \text{א.} \quad (5)$$

$$W = W + \frac{W}{g} a_0 . \text{ה} \quad W = W + \rho Ahg . \text{ט}$$

$$v(r) = -\frac{\rho g}{4b} r_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-3} + \frac{\rho g}{4b} r . \text{ב.} \quad r = \frac{b}{\rho} t + r_0 . \text{א.} \quad (6)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a(t) = \lim_{r \rightarrow \infty} a(r) = \frac{g}{4} . \text{ט} \quad a(t=0) = g . \text{ז.}$$

$$V(t) = (u_0 \alpha \cos \theta - \mu_k N) \frac{1}{\alpha} . \text{ב.} \quad -\mu_k N = M_0 \frac{dv}{dt} + \alpha V(t) - u_0 \alpha \cos \theta . \text{א.} \quad (7)$$

$$V(t) = \frac{1}{\alpha} \left(C - (C - \alpha V_0) e^{-\frac{\alpha}{M_0} t} \right) . \text{ז.}$$

$$v = \text{const} \quad (8)$$

$$h = \frac{\alpha v_0^2 - Mg}{2g\alpha} \quad (9)$$

$$V_F^2 = \frac{g}{2} (L^2 - d^2) \quad (10)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{M}{L} gyv + \frac{M}{L} v^3 . \text{ג.} \quad \rho = \frac{M}{L} gyv + \frac{M}{L} v^3 . \text{ב.} \quad F = \frac{M}{L} gy + \frac{M}{L} v^2 . \text{א.} \quad (11)$$

$$60_{\text{נ}} \cdot \tau = \frac{3}{4} \lambda g^2 t^2 \cdot \lambda \quad \rho_T = \lambda \left(L - \frac{1}{4} g t^2 \right) g t \cdot \tau \quad v = g t \cdot \lambda \quad (12)$$

$$\sum F = \rho A (v_0 - v)^2 \cdot \tau \quad \sum F = - \sum F = \rho A v_0^2 \cdot \lambda \quad (13)$$

$$v(t) = v_0 \left(1 - \frac{1}{2m} M t + 1 \right) \quad (14)$$

$$N(x=L) = 3Mg \quad (15)$$

פיזיקה 1 מ

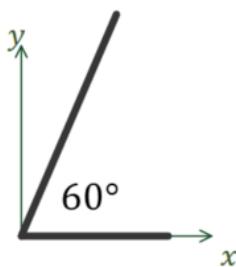
פרק 12 - מרכז מסה -

תוכן העניינים

168	1. הסבר בסיסי על מרכז מסה.....
169	2. דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור
(לא ספר)	3. תנועה לפי הכוחות החיצוניים
170	4. שני תרגילים.....
171	5. תרגילים מסכמים.....

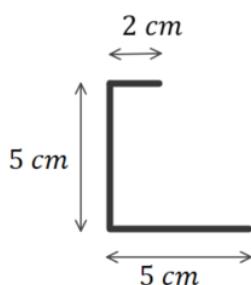
הסבר בסיסי על מרכז מסה:

שאלות:



1) דוגמה - מרכז מסה של שני מוטות בזווית
המערכת המתוארת באוויר מורכבת משני מוטות בעלי צפיפות אחידה.

מוט ראשון באורך 3c.m נמצא לאורך ציר ה-*x* ומסתו 2kg, מוט שני נמצא בזווית 60° עם ציר ה-*x* החויבי אורכו 5c.m ומסתו 3kg.
מצאו את מרכז המסה של המערכת (bihcs בראשית).



2) דוגמה - מרכז מסה של האות נ
המערכת המתוארת באוויר מורכבת ממוט בעל צפיפות מסה אחידה המכופף בצורת האות "נ" בתמונה מראה.
מצאו את מיקום מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה.

3) דוגמה - מרכז מסה של F
רכיבים את האות F מלוחות בעלי צפיפות מסה אחידה ליחידת שטח.
המידדים של כל הלוחות נתונים באוויר.
א. מצאו את מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה של האות.
ב. מהו מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה הימנית התחתונה של האות?

תשובות סופיות:

$$x_{c.m} = 1.35\text{c.m} , \quad y_{c.m} = 1.3\text{c.m} \quad (1)$$

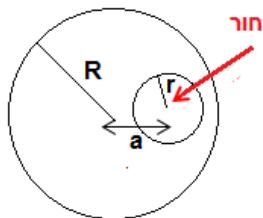
$$x_{c.m} = 1.2\text{c.m} , \quad y_{c.m} = 1.875\text{c.m} \quad (2)$$

$$\text{ב. } x_{c.m} = 14\text{mm} , \quad y_{c.m} = 62\text{mm} \quad \text{ג. } x_{c.m} = 31\text{mm} , \quad y_{c.m} = 62\text{mm} \quad (3)$$

דוגמיה מרכז מסה של דיסקה עם חור:

שאלות:

- 1) דוגמיה מרכז מסה של דיסקה עם חור
 בדיסקה בעל רדיוס R ומסה M קדחו חור עגול בעל רדיוס a במרחק r ממרכז הדיסקה. הנח כי צפיפות המסה אחידה בכל הדיסקה.
 מצא את מרכז המסה של הדיסקה עם החור.

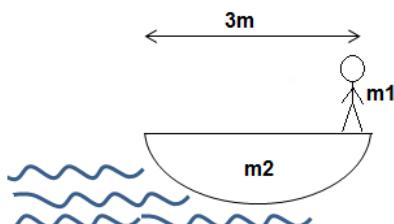


תשובות סופיות:

$$x_{c.m.} = \frac{-a(\rho\pi r^2)}{M - (\rho\pi r^2)} \quad (1)$$

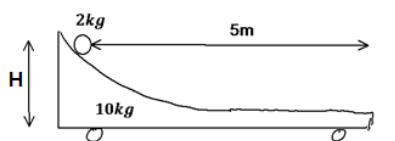
שני תרגילים:

שאלות:



1) נער על סירה

אדם עומד בקצת סירה באורך 3 מטר. מסת האדם היא 70 קילוגרים ומסת הסירה 100 קילוגרים. האדם התקדם 2 מטרים לאורך הסירה. כמה זהה הסירה? (הזניח את החיכוך בין המים לסירה).
נתון : $m_1 = 70\text{kg}$, $m_2 = 100\text{kg}$



2) כדור על קרונית

כדור מונח על קרונית משופעת הנמצאת במנוחה. הכדור מונח בגובה $H = 1\text{m}$ ובמרחק של 5m מטר מקצה הקרונית.
מסת הקרונית : $m_1 = 10\text{kg}$, מסת הכדור : $m_2 = 2\text{kg}$
א. מצא את העתק הקרונית כאשר הכדור מגיע לקצתה.
ב. מצא את מהירות הגוף אם נתון שמהירות הכדור בקצת הקרונית היא רק בכיוון ציר ה- x .

תשובות סופיות:

$$x = \frac{14}{17} \text{m} \quad (1)$$

$$u_2 \approx 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}} , u_1 \approx -0.82 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad \Delta x_1 = -\frac{10}{12} \text{m} \quad \text{א.} \quad (2)$$

תרגילים מסכימים:

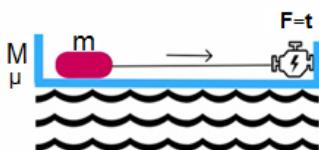
שאלות:

1) שני גופים מחוברים בקפיץ נלחצים לקיר

שני גופים מחוברים בקפיץ בעל קבוע k ומצאים על משטח אופקי חסר חיכוך. מסת הגוף הימני היא m_1 , מסת הגוף השמאלי היא m_2 והוא צמוד לקיר. האורך הרפוי של הקפיץ הוא l_0 .

ולוחצים את הגוף הימני עד שהקפיץ מתכווץ לאורך $\frac{l_0}{3}$ ומשחררים ממנוחה.

- מתי תתנתק המסה השמאלית מהקיר?
- מהו מיקום מרכז המסה כתלות בזמן?



2) מנוע מושך מסה בסירה

על סירה (ללא חיכוך עם המים) מונחת מסה. המסה מחוברת בחוט למנוע המחבר לסירה.

כוח המשיכה של המנוע משתנה בזמן, מוקדם החיכוך הסטטי ומוקדם החיכוך הקינטי נתוניים.

- מתי תתחליל לנוע המסה?

ב. מה תהיה תאוצת מרכז המסה? תאוצת הסירה? תאוצת המסה?

ג. לאחר שהמסה נעה החוט ניתק. ענהשוב על סעיף ב'.

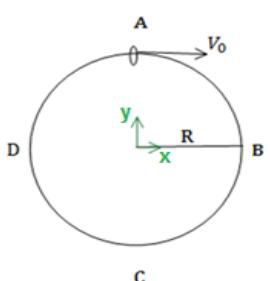
ד. האם המסה והסירה ייעצרו בו זמינות?

3) חרוץ מסתובב על חישוק שחוופשי לנוע

חישוק בעל רדיוס R ומסה m מונח על שולחן אופקי חלק.

על החישוק ישנו חרוץ המתחילה לנוע מהנקודה A ומסתו m גם כן.

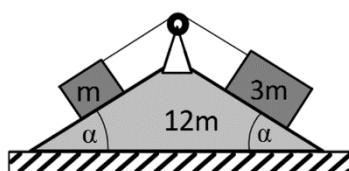
ב- $t=0$ החישוק נמצא במנוחה ומהירותו ההתחלתית של החרוץ היא v_0 ימינה.



- מצא את מיקום מרכז המסה של המערכת בתחילת התנועה.

ב. מצא את מהירות מרכז המסה כפונקציה של הזמן ואת מסלולו.

ג. מהן מהירותו והצינור כאשר החרוץ נמצא בנקודות D, C, B, ושוב ב-A ביחס לחישוק?

**4) שני גופים על מדרון שנו**

שני גופים בעלי מסות m ו- $3m$ נמצאים על מדרון דו-צדדי בעל זווית נתניה α משני צדדיו. שני הגוף קשורים זה לזה בחוט אידיאלי דרך גלגלת אידיאלית המחברת למדרון. למדרון מסה $12m$ והוא יכול לנוע על הרצפה. אין חיכוך בין הגוף למדרון ובין המדרון לרצפה. משחררים את המערכת ממנוחה.

- חשב את העתק המדרון, לאחר שהגוף הכבד עבר מרחק L במורוד המדרון.
- מהי העבודה שביצע משקל הגוף הכבד ומשקל הגוף הקל במהלך התנועה?
- חשב את מהירות המדרון ביחס לרצפה ברגע זה.

5) מסה מתנגשת במסה עם קפיז

גוף שמסתו $2m$ נע במהירות v על משטח חסר חיכוך לעבר גופו נוסף שמסתו m הנמצא במנוחה. בצדו השמאלי של הגוף במנוחה ישנו קפיז רופיע בעל קבוע k . הבעה חד מימדית.



- מהי מהירות מרכז המסה של הגוף?
- מהי ההתקומות המקסימאלית של הקפיז?

תשובות סופיות:

$$1) \text{ א. כאשר הקפיץ מגיע לנקודת רפינו או ב-} t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

$$x_{c.m.}(d) = \frac{m_1 l_0}{m_1 + m_2} \left(1 + \frac{2}{3} \sqrt{m_1 k t} \right) \text{ ב.}$$

$$a = \mu \cdot g \frac{m}{M}, -a = \mu \cdot g \text{ ג.} \quad a = \frac{t}{m}, -a = \frac{t}{M} \text{ ב.} \quad \mu \cdot mg = t \text{ א.} \quad 2$$

ד. כן.

$$\vec{v}_{c.m.}(t) = \frac{1}{2} v_0 \hat{x} \text{ ב.} \quad y_{c.m.}(t=0) = \frac{R}{2} \text{ א.} \quad 3$$

$$\text{ג. בנקודת B: } u_{1_x} = \frac{1}{2} v_0 = u_{2_x}, u_{1_y} = \frac{-v_0}{2} = -u_{2_y}$$

$$\text{בנקודת C: } u_{1_y} = 0 = u_{2_y}, u_{2_x} = v_0, u_{1_x} = 0$$

$$\text{בנקודת D: } u_{1_x} = u_{2_x} = \frac{1}{2} v_0, u_{1_y} = \frac{v_0}{2} = -u_{2_y}$$

$$W = mg(-L \sin \alpha) \text{ ב. הכוח:} \quad W = 3mgL \sin \alpha \text{ הקל:} \quad x_2 = -\frac{L \cos \alpha}{4} \text{ א.} \quad 4$$

$$v_{2_x} = \sqrt{\frac{gL \sin \alpha}{4(4 \tan^2 \alpha + 3)}} \text{ ג.}$$

$$\Delta x_{max} = \sqrt{\frac{10m}{3k}} \cdot v \text{ ב.} \quad v_{c.m.} = \frac{2}{3} v \text{ א.} \quad 5$$

פיזיקה 1 מ

פרק 13 - מומנט ההتمד -

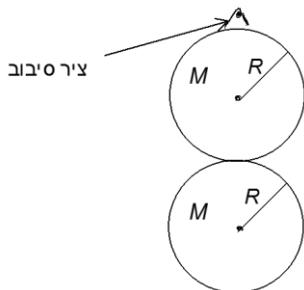
תוכן העניינים

1. הקדמה - גוף קשיח וציר סיבוב	(ללא ספר)
2. מומנט ההتمד, הסבר בסיסי וחישוב עבור גוף נקודת	(ללא ספר)
3. משפט שטינר	(ללא ספר)
4. אדרטיביות	174
5. $ z = \sqrt{x^2 + y^2}$	(ללא ספר)
6. סימטריה ל- z	(ללא ספר)
7. חישוב מומנט ההتمד של דיסקה סביב ציר Z וציר X	(ללא ספר)

אדרטיביות:

שאלות:

1) דוגמה



לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצת התחתון של הדסקה.
 מצא את מומנט ההתרמוד של המערכת סביב ציר המאונך למשור הדסקה והעובר בקצת העליון של הדסקה (הראשונה).

תשובות סופיות:

$$I = I_0 m R^2 \quad (1)$$

פיזיקה 1 מ

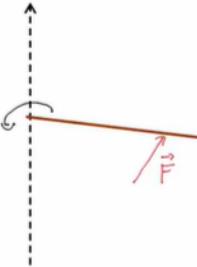
פרק 14 - מומנט כוח -

תוכן העניינים

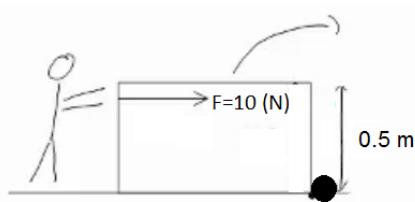
1. מומנט כוח - הסבר	175
2. מכפלה וקטוריית	(לא ספר)
3. תרגיל - מומנטים על משולש	176
4. פיתוח, מדוע מתייחסים לכוח הכבוד כאילו פועל במרכז המסה	(לא ספר)
5. משוואת מומנטים	
6. תרגיל - שני פועלים מחזירים מנשא	177
7. תרגילים מסכמים	178

מומנט כוח - הסביר:

שאלות:



- 1) דוגמה לחישוב מומנט (מוט)
נתון מוט אשר מקובע בקצתו ומסתובב נגד כיוון השעון.
מופעל כוח F .
חשב את מומנט הכוח.



- 2) מרחק אפקטיבי דוגמה
אדם דוחף ארגו בגובה 0.5m ומפעיל כוח F
(ראה תמונה).
לאrugז אין חיכוך עם המשטח.
האדם דוחף את הארגז ללא כל בעיה עד
שנתקע באבן והארגו מתהפק
(מייקום האבן הופך לציר הסיבוב).
חשב את מומנט הכוח.

תשובות סופיות:

$$\vec{\tau} = \mathbf{F}_0 \times \hat{z} \quad (1)$$

$$|\vec{\tau}| = 10 \cdot 0.5 \text{ m} \quad (2)$$

תרגיל - מומנטים על משולש:

שאלות:

1) מומנטים על משולש

המשולש בתמונה הוא משולש שווה צלעות עם אורך צלע נתונה a .

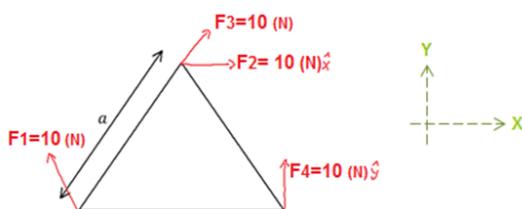
- א. חשב את המומנטים של הכוחות בתמונה סביב הפינה השמאלית של המשולש.

- ב. נתונה מסה של המשולש M ונמצא גם כי מרכז המסה של המשולש

$$\text{נמצא בנק': } \left(\frac{1}{2}a, \frac{1}{2\sqrt{3}}a \right)$$

חשב את מומנט הכוח של כוח הקובד.

- ג. חשב שוב את המומנטים סביב ציר העובר במרכז המסה של המשולש, הנח כי הזווית בין F_1 לדופן המשולש היא 60° מעלות.



תשובות סופיות:

$$\tau_g = -Mg \frac{1}{2}a \quad \text{ב.} \quad \tau_1 = 0! , \vec{\tau}_2 = -5 \cdot \sqrt{3}a , \vec{\tau}_3 = 0! , \tau_4 = 10a \quad \text{א.} \quad (1)$$

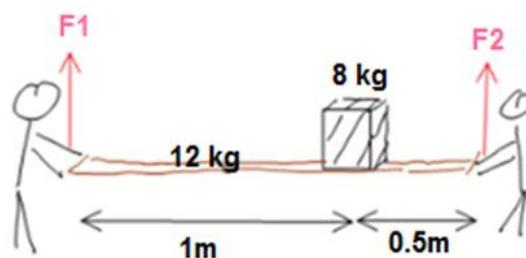
$$\tau_1 = \frac{-10a}{\sqrt{3}} , \tau_2 = -10 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}a , \tau_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}a \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ , \tau_4 = 10 \cdot \frac{1}{2}a , \tau_g = 0 \quad \text{ג.}$$

תרגיל - שני פועלים מחזיקים מנשא:

שאלות:

1) **שני פועלים מחזיקים מנשא**

שני פועלים מחזיקים מנשא מעץ שמשקלו 12kg ואורכו 1.5m. על המنشא, במרחק של 0.5m מהפועל הימני, מונח ארגז בעל מסה של 8kg. בהנחה כי המערכת במנוחה, מצאו את הכוח שפעיל כל פועל (ראה איור).



תשובות סופיות:

$$F_2 = 113.333N, F_1 = 86.666N \quad (1)$$

תרגילים מסכימים:

שאלות:

1) מוט עומד מחובר לחוט ומשקלת

מוט אחד מונח על משטח אופקי לא חלק, כמו זה בתמונה.

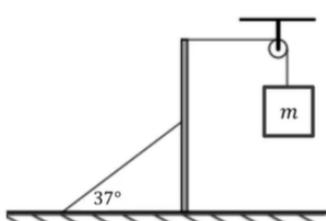
המוט מחובר במרכזו לחוט אידיאלי שקצהו

השני קשור למשטח ויוצר עימיו זווית של 37° .

הקצה העליון של המוט מחובר באמצעות חוט

אופקי אידיאלי וגלגת אל משקלת שמשקלת $m = 7\text{kg}$.

המערכת נמצאת במנוחה.



א. מהי המתיחות בחוט המחבר אל המשטח?

ב. מהו כוח החיכוך שפעיל המשטח האופקי על המוט?

2) כורה על קיר אנכי

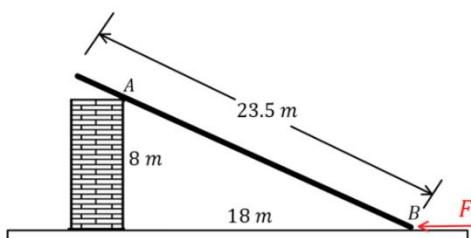
באյור לשאלת זו מתוארת כורה אחת

שאורך הכלול הוא 23.5m .

משקל הكورה היא 140kg .

הקורה נשענת בנקודת A על קיר אנכי חלק

שגובהו 8m .



קצת הקורה מונח על הרצפה בנקודת B במרחק 18m מהקיר

ובקצת זהה פועל כוח אופקי F , כמפורט באյור.

מקדם החיכוך הסטטי שבין הקורה הרצפה הוא $\mu_s = 0.3$.

מהו F המקסימלי הנתון להפעיל כך שהקורה תישאר במנוחה?

3) מוט נשען על כדור

נתון מוט דק שאורכו $L = 3.5\text{m}$ ומשקלתו $m = 7\text{kg}$

הנשען על כדור חסר חיכוך המודבק לרצפה כמתואר בשרטוט.

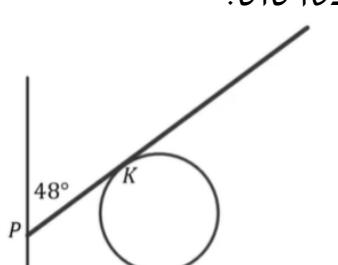
נקודת המגע של המוט בכדור היא הנקודה K.

בקצתו השמאלי נוגע המוט בקיר בעל חיכוך

בנקודת P, הזווית שיווצר המוט יחסית לקיר

היא 48° . מקדם החיכוך הסטטי שבין הקיר למוט

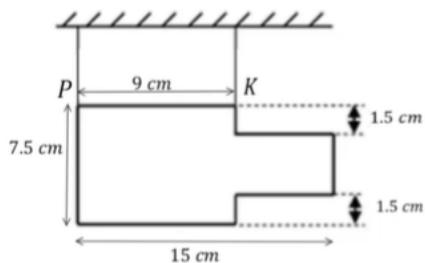
הוא $\mu_s = 0.15$.



א. מהו הכוח שפעיל הכדור על המוט אם

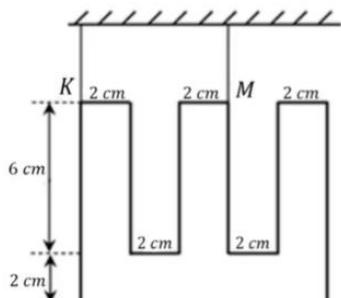
נתון שקצתו הימני של המוט נמצא על סף תנועה כלפי מטה?

ב. מהו המרחק בין הנקודות P ו-K במצב זה?

**טבלה מעץ 4)**

טבלה העשויה עץ בעלת עובי אחיד שמסתו 400 גרם וצורתה כמתואר בתרשימים, תלולה בשני חוטים בנקודות K ו-P.

- חשב את מרכז הכוח של הטבלה ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה P.
- מצא את המתייחות בשני החוטים.

**שלט בצורת האות ש 5)**

שלט העשויה מחומר אחיד בצורת האות "ש" (כמושרט), שמסתו 4 ק"ג, תלוה בשני חוטים בנקודות K ו-M.

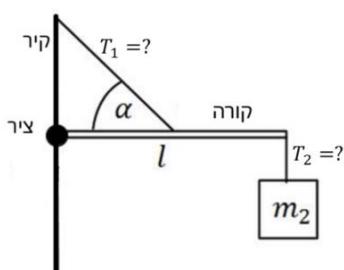
- חשבו את מרכז המסה של השלט ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה K.
- מצאו את המתייחות בשני החוטים.

6) מסה תלולה על קורה שמחוברת לקיר

קורה בעלת מסה m_1 ואורך l מחוברת לקיר באמצעות ציר. בקצה הקורה קשורה מסה m_2 התלויה במנוחה.

אם מצב הקורה יוצא חוט בזווית הקשור חוזרת לקיר, הזווית שיוצר החוט עם הקורה היא α .

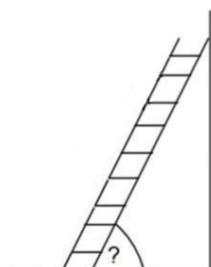
- מהי המתייחות בחוטים?
- מהו הכוח (גודל וכיוון) שפעיל הציר?

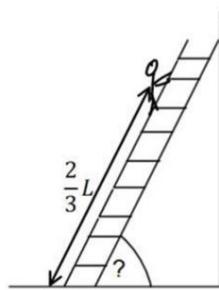
**7) סולם נשען על קיר**

סולם נשען על קיר.

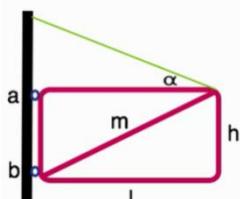
קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר. מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר הוא $s \mu$. אורך הסולם הוא L וניתן להניח שמסתו מפוגגת בזורה אחת.

מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?

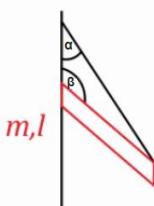




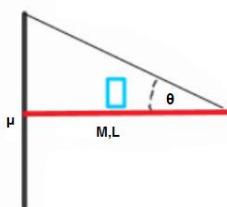
- 8) אדם עומד על סולם שנשען על קיר. אדם עומד על סולם שנשען על קיר. אורך הסולם הוא L וניתן להניח שמסתו מפולגת בצורה אחידה. האדם עומד על הסולם כשרוחקו מהקצה התיכון של הסולם הוא שני שליש מאורכו הסולם. קיימים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר. מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר הוא μ . מסת האדם כפולה מסמת הסולם. מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?



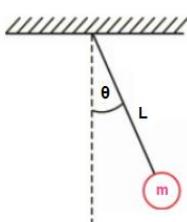
- 9) מומנטים על שער שער שגובהו h ואורךו a מחובר לקיר בשני ציריים a ו- b . על מנת להקל על הציר העליון חיבורו לשער כבל ומתחו אותו עד אשר הכוח האופקי בנקודה a מתאפס.
- מהי המתיחות בכבל?
 - מהו הכוח האופקי הפועל על הציר b ?
 - מהו סכום הכוחות האנכיים המופעלים על שני הציריים?



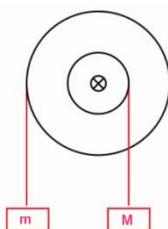
- 10) גגון מוחזק אל קיר גגון מוחזק אל קיר בעזרת חבל וחיכוך כמפורט בשרטוט. מצא את הכוחות הפועלים על הגגון.



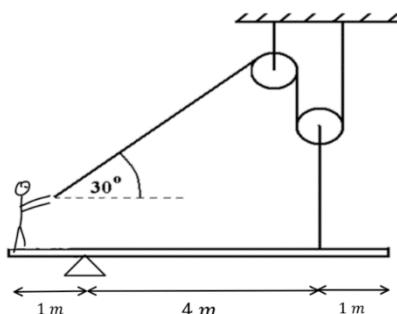
- 11) מסה על גגון מחלקיק גגון מוחזק לקיר בעזרת חיכוך בלבד לפי הנתונים שבשרטוט. מהו המרחק הקטן ביותר מהקיר בו ניתן לשים את המסה m מבלי לגרום לגגון להחליק מהקיר?



- 12) מטוטלת מתמטית מצא את מומנט הכוח המופעל על מטוטלת מתמטית כפונקציה של הזווית מהאנך.



- 13) מנוף מדיסקה כפולה נתונה המערכת שבשרטוט. רשם את כל הכוחות הפועלים על הדיסקה ומצא את יחס הרדיוסים בין שתי הדיסקות.



14) אדם על קורה מחזיך בחוט ושתि גלגולות
 אדם שמסתו 65kg עומד בקצה קורה שמסתה 40kg .
 הקורה מונחת על ציר הנמצא מרחק 1m מהאדם.
 האורך הכולל של הקורה הוא 6m .
 האדם מחזיך בחוט העובר דרך שתי גלגולות כפי
 שמתואר באיור.
 הגלגלת השמאלית מחוברת לתקרה, הגלגלת הימנית
 לקורה למרחק 1m מהקצה השני.

- מהו הכוח בו האדם צריך לשמור על החבל כדי לשמור על מצב של שיווי משקל?
- מהם רכיבי הכוח שהציר מפעיל על הקורה?
- מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימלי בין האדם לקורה כדי שהאדם לא
 יחליק מהקורה?

15) T על מישור משופע*

באיור נתון גוף משטחי בצורת L.

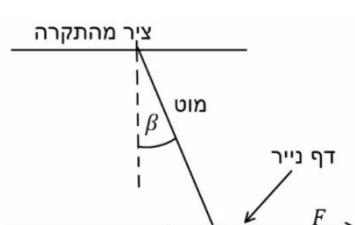
$$\text{כפיפות המסה של הגוף היא: } \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 5.$$

-
- מהו מרכזו המסה של הגוף ביחס לפינה התחתונה השמאלית?
 - מניחים את הגוף על מישור משופע.
 מהי הזווית המקסימלית של המישור
 עבורו הגוף לא יתפקיד?
 - קושרים את הגוף למישור באמצעות
 חוט אופקי מהפינה הימנית העליונה
 ומתחים את החוט עד שהגוף מתיעשר
 במקביל לקרקע.
- מהי המתיחות בחוט במצב זה אם זווית המישור היא 30° והגוף במנוחה.

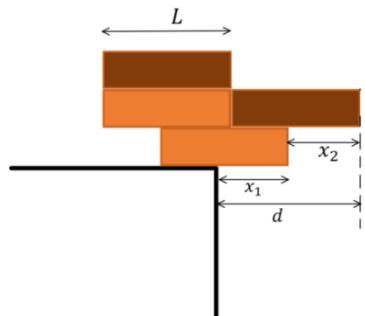
16) מוט נשען על דף נייר*

מוט בעל אורך L ומסה M מחובר לתקרה באמצעות ציר.
 בקצתו השני המוט מונח על דף נייר המונח על הרצפה.
 מסת דף הנייר זניחה.

הזווית בין המוט لأنך היא β ומקדם החיכוך הסטטי
 בין המוט לניר ובין הניר לרצפה הוא μ .

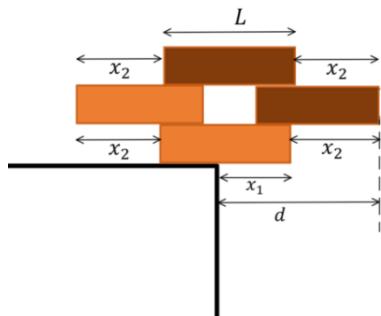


- מושכים את הניר ימינה בכוח F.
 מהו הכוח המינימלי הדרוש בשבייל להוציא את
 הניר מתחת למוט? הנח שהמוט נשאר במנוחה.
- חזור על סעיף א' אם הכוח פועל שמאליה.

**17) עירימת קוביות 1**

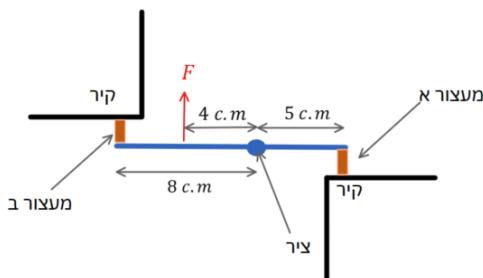
עירימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך L .
הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיוור.

מהו המרחק d המקסימלי האפשרי כך שהעירימה לא תיפול מהשולחן.
מהם x_1 ו- x_2 במצב זה?

**18) עירימת קוביות 2***

עירימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך L .
הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיוור.

מהו המרחק d המקסימלי האפשרי כך שהעירימה לא תיפול מהשולחן.
מהם x_1 ו- x_2 במצב זה?

**19) מוט עם שני מעצורים מגומי****

באיוור ישנו מוט באורך 13 c.m. המוחובר

בציר הנמצא במרחק 5c.m. מהקצה הימני.
בשתי הקצותות של המוט ישנים מעצורים
זהים העשוים מגומי.

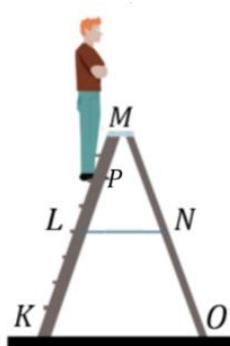
פעילים כוח $N = 200$ N במרחק 4c.m.

שמאלה מהציר, הכוח גורם לכיווץ קטן של המעצורים.

המערכת אופקית, כלומר כוח הכביד פועל לתוך הדף ונitin להתעלם ממנו.

מהו הכוח שפועל על כל מעצור?

רמז : התיחס למעצורים כמו קפיצים בעלי קבוע k זהה.

**20) אדם על סולס עם שתי רגליים****

אדם עומד על סולס בעל שתי רגליים המוחוברות
באמצעות כבל במרכז הסולס. משקל האדם הוא 800
ニュוטון ונitin להזינח את משקל הסולס ואת החיכוך
עם הרצפה.

נתונים אורכי הקטעים הבאים :

$$KM = OM = 2.34\text{m}, KP = 1.70\text{m}, LN = 0.746\text{m}$$

א. מצא את הכוחות שפועלים בנקודות O ו- K.

ב. מצאו את המתייחות ככבל.

רמז : יש לעשות משווה רק על חלק מהסולס.

תשובות סופיות:

$$\text{ב. } f_s = T_1 = 70\text{N} \text{, ימינה.}$$

$$T_2 \approx 180\text{N . נ (1)}$$

$$F_{\max} \approx 521\text{N (2)}$$

$$PK \approx 0.84\text{m . ב}$$

$$N_2 \approx 110\text{N . נ (3)}$$

$$T_2 = 3\text{N , } T_1 = 1\text{N . ב}$$

$$x_{c.m.} = 6.6\text{c.m. , } y_{c.m.} = 3.75\text{c.m . נ (4)}$$

$$T_K = 6.7\text{N , } T_M = 33.3\text{N . ב}$$

$$x_{c.m.} = 5\text{c.m. , } y_{c.m.} \approx 4.4\text{c.m . נ (5)}$$

$$T_1 = \frac{(m_1 + 2m_2)g}{\sin \alpha} , T_2 = m_2 g . \text{ נ (6)}$$

$$F = \sqrt{((m_1 + 2m_2)g \cot \alpha)^2 + (m_2 g)^2} , \tan \theta = -\frac{m_2}{m_1 + 2m_2} \tan \alpha . \text{ ב}$$

$$\tan \theta = \frac{1 - \mu_s^2}{2\mu_s} \text{ (7)}$$

$$\tan \theta = \frac{11 - 7\mu_s^2}{18\mu_s} \text{ (8)}$$

(9) ראה סרטון.

(10) ראה סרטון.

(11) ראה סרטון.

$$\sum \tau = -mg l \sin \theta + Tl \sin \theta = -mg l \sin \theta \text{ (12)}$$

$$\sum \tau = \frac{m}{M} = \frac{r}{R} \text{ (13)}$$

$$\text{שمالה } F_x = 10\sqrt{3}\text{N , } F_y = 1000\text{N . ב}$$

$$T_l = 20\text{N . נ (14)}$$

$$\mu_{s_{\min}} = 0.027 . \lambda$$

$$\alpha = 31^\circ . \text{ ב}$$

$$x_{c.m.} = 0.15\text{m , } y_{c.m.} = 0.25\text{m . נ (15)}$$

$$T = 3.3\text{N . \lambda}$$

$$F_{\min} = \frac{\mu_s mg \sin \beta}{\sin \beta + \mu_s \cos \beta} . \text{ ב}$$

$$F_{\min} = \frac{\mu_s mg \sin \beta}{\sin \beta + \mu_s \cos \beta} . \text{ נ (16)}$$

$$x_1 = \frac{5L}{8} , x_2 = \frac{L}{2} , d = \frac{9L}{8} \text{ (17)}$$

$$x_1 = \frac{L}{2} , x_2 = \frac{2L}{3} , d = \frac{7L}{6} \text{ (18)}$$

$$F_R \approx 45\text{N , } F_L \approx 72\text{N (19)}$$

$$T_L \approx 196\text{N . ב}$$

$$N_O \approx 291\text{N , } N_k = 509\text{N . נ (20)}$$

פיזיקה 1 מ

פרק 15 - תנוע זוויתית -

תוכן העניינים

184	1. נוסחאות וחוקי שימור
187	2. תנוע זוויתית ביחס למרכז מסה

נוסחאות וחוקי שימוש:

שאלות:

1) תנ"ז בזריקה משופעת

אבן נזרקת בזריקה משופעת ב מהירות v_0 ובזווית α , כוח הכבוד שפועל על האבן $-mg\hat{y} = \vec{F}$.

- מהו התנ"ז של האבן ביחס לנקודת המוצא כתלות בזמן?
- מהו מומנט הכוח של כוח הכבוד?
- הראה כי השינוי של התנ"ז בזמן שווה למומנט הכוח של כוח הכבוד.

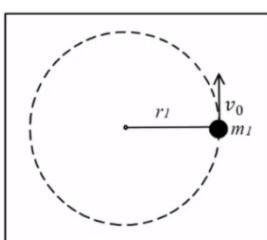
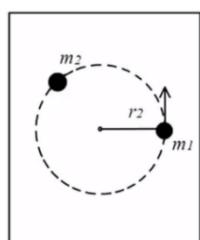
2) גוף מסתובב על שולחן ונמשך למרכז

מסה m_1 מחוברת לחוט המחבר למרכז שולחן.

המסה נעה במסלול מעגלי ברדיוס קבוע r_1 ובמהירות קבועה v_0 .

ברגע מסוים מושכים את המסה למרכז המרجل (מקצרים את אורך החוט) ומפסיקים כאשר אורך החוט שווה r_2 והמסה מסתובבת שוב בתנועה מעגלית קבועה.

רגע לאחר מכן מונחים מסה נוספת m_2 במסלול של m_1 והמסות מתנגשות התנגשות פלסטית. מצאו את מהירות המסות לאחר ההתנגשות.



3) שתי מחליקות על הקrho

שתי מחליקות תאומות בעלות מסה זהה m מחליקות בכיוונים מנוגדים ובמהירות v_0 .

המחליקות נעות על קוויים ישרים והמרחק בין הקווים הוא d . באמצע ביניהן שמי חבל.

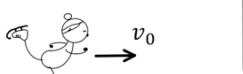
כאשר הן מגיעות לחבל, שתיהן תופסות את החבל ומתחילות להסתובב סביב המרכז ביניהן.

- מה מהירות הזוויתית שהן מסתובבות?

ב. כעט המחליקות מושכות את החבל ומתקרבות זו לזו עד אשר המרחק

$$\text{ביןיהם הוא } \frac{d}{2}.$$

מצאו את המהירות הזוויתית החדשה של המחליקות.



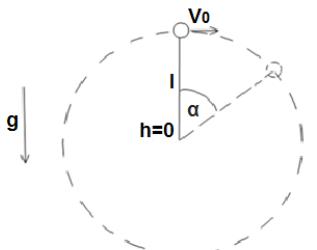
4) כדור מסתובב אנכית

כדור בעל מסה m מחובר לחוט בעל אורך l ומסתובב במעגל אנכי.

נתון כי מהירות הכדור בשיא הגובה היא v_0 .

א. מצא את מומנט הכוח הפועל על הכדור כפונקציה של הזווית α .

ב. מצא את התנע הזוויתי של הכדור כפונקציה של הזווית α .

**5) כדור בתוך חרוט**

כדור קטן נעה בתוך חרוט המוחבר הפוך למשטה.

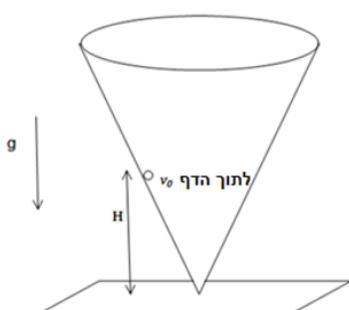
נתון כי מהירות הכדור ההתחלתית היא v_0

בכוון אופקי ומשיק לדופן החרוט.

מצא את הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור

(החרוט אינו צז).

הנחיות: מספיק להגעה למשווה ממעלה שלישית על h אין צורך לפתרו אותה.

**6) כדור מסתובב מחובר למסה תליה**

מסה m נעה על שולחן חסר חיכוך ומוחבר באמצעות חוט העובר דרך מרכזו השולחן למסה M התלויה באוויר.

אורך החוט הוא L . נתון כי $b = 0 = t$ המסה M

נמצאת במנוחה והמסה m נמצאת במרחק R

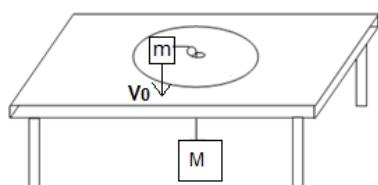
מרכזו הלווי, ב מהירות ההתחלתית v_0 ,

בכוון מאונך לרדיס.

רשום את משוואת שימור האנרגיה והתנע הזוויתי

ומצא משווה דיפרנציאלית התלויה רק בגודל r ,

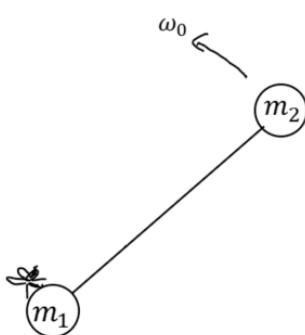
מרחק המסה m ממרכז השולחן.

**7) מומנט הכוח לא תלוי בנקודות הייחוס**

הוכיחו כי אם הכוח השקול על קבוצת גופים מתאפס אז מומנט הכוח על קבוצת הגוףאים אינו תלוי בנקודות הייחוס.

8) תנע זוויתי לא תלוי בנקודות ייחוס

הוכיחו כי אם התנע הקומי של קבוצת גופים מתאפס או התנע הזוויתי שלהם לא תלוי בנקודות הייחוס.



(9) זובב הולך על מוט*

שתי מסות נקודתיות m_1 ו- m_2 מחוברות באמצעות מוט חסר מסה באורך d . על המסה m_1 נמצא זובב בעל מסה m_3 . כל המערכת נמצאת על שולחן אופקי ומסתובבת סביב מרכז המסה שלה במהירות זוויתית קבועה ω_0 . ברגע מסוים הזובב מתחילה ליכת על המוט במהירות v ביחס למוט ונוצר כאשר הוא מגיע למרכז המסה של שלושת הגוףים (שים לב שהמסות לא מחובר לשולחן). מהי המהירות הזוויתית של המערכת כאשר הזובב נעוץ?

תשובות סופיות:

$$\text{ג. שאלת הוכחה.} \quad \text{ב. } -mgv_0 \cos \alpha t \hat{z} \quad \text{א. } -\frac{1}{2} gt^2 v_0 m \cos \alpha \hat{z} \quad (1)$$

$$u = \frac{m_1 r_1 v_0}{r_2 (m_1 + m_2)} \quad (2)$$

$$\omega'' = \frac{8v_0}{d} \quad \text{ב.} \quad \omega' = \frac{2v_0}{d} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\vec{L} = lm v(-\hat{z}) \quad \text{ב.} \quad \sum \vec{\tau} = -mgl \sin \alpha \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$(2gH + v_0^2) h_{\max}^2 + 2gh_{\max}^3 + v_0^2 H^2 \quad (5)$$

$$a + br + \frac{c}{r^2} = \dot{r}^2 \quad (6)$$

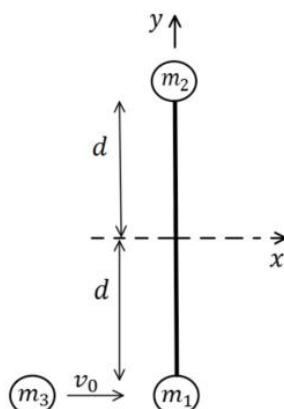
7) שאלת הוכחה.

8) שאלת הוכחה.

$$\omega' = \frac{(m_1 + m_3)(m_1 + m_2)}{m_1(m_1 + m_2 + m_3)} \omega_0 \quad (9)$$

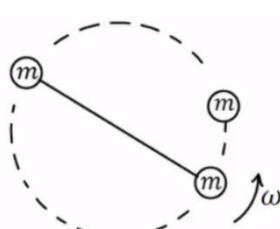
תנוע זוויתית ביחס למרכז מסה:

שאלות:



- 1) מסה מתנגשת במוט עם שתי מסות**
 שתי מסות נקודתיות m_1 ו- m_2 מחוברות באמצעות מוט חסר מסה באורך d . המערכת נמצאת במנוחה על שולחן אופקי חסר חיכוך (שתי המסות על השולחן, המוט אופקי). מסה שלישית m_3 נעה במהירות v_0 ומתנגשת בתנגשות פלסטית במסה m_1 .
 נסמן את רגע ההתנגשות ב- $t = 0$.
 $.d = 3m, v_0 = 6 \frac{m}{sec}, m_1 = m_2 = m_3 = 0.2kg$

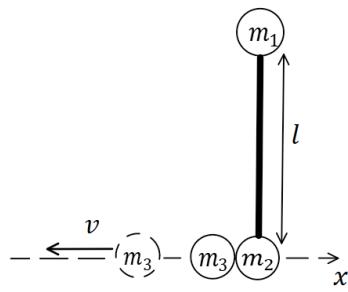
- א. חשבו את מיקום מרכז המסה ברגע $t_1 = 0.5sec$ ביחס לראשית הנמצאת במרכז המוט בהתחלת ואינה נעה עם המוט.
 ב. חשבו את התנוע הזוויתי של המערכת ביחס לראשית הצירים ברגע t_1 .
 ג. חשבו את התנוע הזוויתי של המערכת ביחס למרכז המסה שלה ברגע t_1 .
 ד. מצאו את מהירות הזוויתית של המוט ביחס למרכז המסה לאחר ההתנגשות.
 ה. מהי מהירות הקווית של m_1 ומהי מהירות הקווית של m_2 מיד לאחר ההתנגשות?



- 2) שתי מסות מחוברות מסתובבות ומתנגשות בשלישית**
 שתי מסות זהות m מחוברות במוט חסר מסה באורך d ומסתובבות סביב מרכז המסה שלתן במהירות זוויתית קבועה ω . אחת המסות מתנגשת בתנגשות פלסטית במסה זהה נוספת הנמצאת במנוחה.
 מצא את מהירות מרכז המסה של שלושת המסות המחוברות לאחר ההתנגשות ואת מהירות הזוויתית שלתן סביבה מרכז המסה של שלושתן.

(3) מסה נפרצת ממוט עם שתי מסות

שלוש מסות m_1 , m_2 , m_3 נתונות ומחוברות לקצה של מוט באורך 1.



הmassות m_3 , m_2 מחוברות בקצה התחתון
באיזור והmassה m_1 בקצה העליון.

המוט נמצא על שולחן חסר חיכוך (באיזור המבט
מלמעלה) ובמנוחה.

ברגע מסויים יש פיצוץ בין massות m_2 , m_3 וmassה m_1

והmassה m_3 מתנתקת מהmassות וממשיכה

במהירות v נתונה (ביחס לשולחן) ובמאונך למוט.

הmassה m_2 נשארת מחוברת למוט.

נתון כי: $m_1 = M$, $m_2 = M$, $m_3 = 3M$.

א. מצא את מהירות מרכז המסה של המוט (עם massות המוחוברות).

ב. מצא את המהירות הזוויתית של המוט סביב מרכז המסה שלו.

תשובות סופיות:

$$\text{. } L_{c.m.} = 4.8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}} \text{ ג. } \quad \text{. } L = 3.6 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}} \text{ ב. } \quad \text{. } \vec{r}_{cm}(t_1) = (1_m - 1_m) \text{ א. } \quad (1)$$

$$\text{. } V_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x}, V_2 = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x} \text{ ה. } \quad \text{. } \omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \text{ ט. } \quad (2)$$

$$\text{. } u_{1,2,3_{c.m.}} = 0, \omega' = \frac{3}{4} \omega \quad (2)$$

$$\omega = \frac{3v}{l} \text{ ג. } \quad \text{. } v_{1,2_{c.m.}} = \frac{3}{2} v \text{ א. } \quad (3)$$

פיזיקה 1 מ

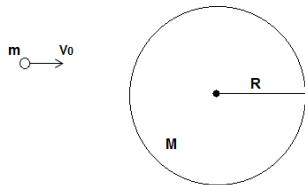
פרק 16 - גוף קשיח -

תוכן העניינים

1. הגדרות, ציר סיבוב ותנע קוויי (ללא ספר)	189
2. תנע זוויתי של גוף קשיח	191
3. אנרגיה סיבובית של גוף קשיח	193
4. ניתוח לפי כוחות ומומנטים וגלגול ללא חילקה	195
5. גלגול עם חילקה	196
6. תרגילים מסכמים	

תנוע זוויתית של גוף קשיח:

שאלות:



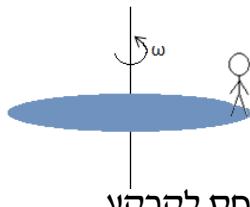
1) כדור מתנגש בדיסקה

דיסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחוברת באמצעות ציר העובר במרכזו לשולחן אופקי חסר חיכוך.

כדור פלסטילינה בעל מסה m נעה במהירות v_0 לעבר הדיסקה.

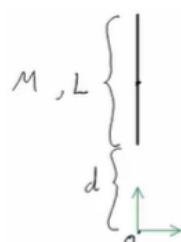
הכדור פוגע בדיסקה משמאלה, ובמרחק d ממרכזו. הכדור נדבק לדיסקה ושניהם מתחילים להסתובב יחדיו (סיבוב הציר במרכז הדיסקה). הדיסקה נמצאת במנוחה לפני הפגיעה וכוח הכבוד אינו משפיע על הגוף (המערכת אופקית).

מצא את מהירות הזוויתית בה יסתובבו הגוף לאחר הפגיעה.



2) אדם קופץ מדיסקה

נתונה דיסקה בעלת רדיוס R המסתובבת סביב מרכזה ב מהירות זוויתית קבועה ω . בקצת הדיסקה עומד איש נקודתי ומסתובב ביחד עם הדיסקה. ברגע מסוים האיש קופץ מהדיסקה ונמצא כי מהירותו מיד לאחר הקפיצה היא v_0 בכיוון הרדיאלי, ביחס לקרקע. מצא את מהירות הזוויתית של הדיסקה לאחר הקפיצה אם נתונים מסת הגוף m ומסת הדיסקה M .



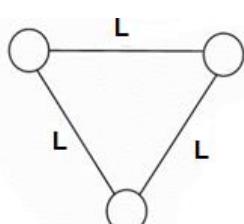
3) דוגמה - תנוע זוויתית של תנועה משולבת

נתון מוט בעל אורך L ומסה m .

המרחק בין הקצה התיכון של המוט עד ראשית הצירים הוא d .

המוט מסתובב בכיוון השעון מסביב בראשית.

חשב את התנוע הזוויתית.



4) שלושה כדורים

שלושה כדורים זהים בעלי מסה m נמצאים בפינותיו של משולש שווה צלעות. ה כדורים מחוברים באמצעות שלושה מוטות חסרי מסה ואורך L (צלעות המשולש).

א. חשב את מיקום מרכזו המסה של המערכת.

בuit, נתון כי הגוף מסתובב ב מהירות זוויתית ω נתונה, סביב מרכזו המסה שלו. ברגע מסוים, כאשר הגוף נמצא במצב המתואר בציור, הכדור התיכון ניתק מהגוף.

ב. מצא את מהירות הכדור שניתק לאחר הניתוק.

ג. מצא את מהירות מרכזו המסה של החלק הנותר.

ד. מצא את מהירות הזוויתית של החלק הנותר סביב מרכזו המסה שלו.

5) מסמר נועץ דיסקה מסתובבת

- דיסקה ברדיוס R ומסה m מונחת על שולחן אופקי במנוחה. מסובבים את הדיסקה ב מהירות זוויתית ω סביב מרכו המסה של (סביב ציר Z). מסמר נופל מהשדים ופוגע בקצתה של הדיסקה ונועץ אותה לשולחן.
- מהי המהירות הזוויתית של הדיסקה סביב המסמר לאחר הנעיצה?
 - ענו שיב על השאלה רק הפעם הניחו שבנוסף לסייע, מרכז המסה של הדיסקה נע במהירות ω לפני הנעיצה.

תשובות סופיות:

$$\omega = \frac{mv_0d}{I} \quad (1)$$

$$\omega' = \frac{\left(\frac{1}{2}M + m\right)\omega_0}{\frac{1}{2}M} \quad (2)$$

$$\left(\frac{L}{2} + d\right)^2 M\omega + I_{c.m.}\omega_{c.m.} = L \quad (3)$$

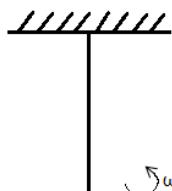
$$v_{1,2_{c.m.}} = \frac{1}{2}\omega R\hat{x} \quad .\text{א} \qquad v_3 = -\omega R\hat{x} \quad .\text{ב} \qquad y_{c.m.} = \frac{1}{2\sqrt{3}}, x_{c.m.} = \frac{L}{2} \quad .\text{ג}$$

$$I_{1,2,3}\omega = m|v_3|R + 2mv_{1,2}y_{c.m.} + 2m\left(\frac{1}{2}L\right)^2 \quad .\text{ד}$$

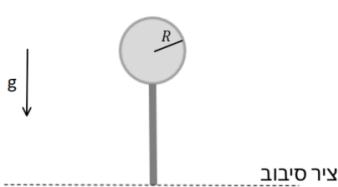
$$\frac{1}{3}\left(\omega + 2\frac{v}{R}\right) \quad .\text{ב} \qquad \frac{1}{3}\omega \quad .\text{א} \quad (5)$$

אנרגייה סיבובית של גוף קשיח:

שאלות:

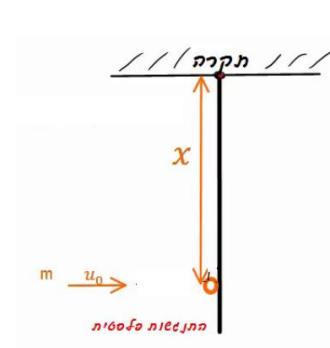


- 1) **מוט מסתובב**
מוט באורך L ומסה M מחובר לתקраה באמצעות ציר זוויתית התחלתיות ω .
מהי הזווית המקסימלית אליה הגיע המוט?

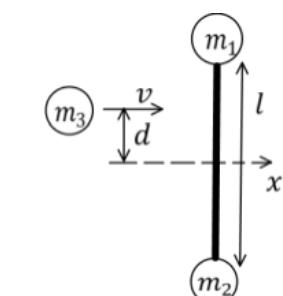


- 2) **דיסקה מחוברת למוט נופלת במצב אנכי**
גוף קשיח מורכב ממוט בעל אורך L ומסה M המחובר בקצת אחד לדיסקה מלאה בעלת מסה m המפולגת באופן אחיד ורדיוס R .

בקצת השני, המוט מחובר לציר אופקי.
המוט חופשי להסתובב סביב הציר (כלומר הגוף יכול לעשות סיבוב אנכי סביב הציר).
הגוף מתחילה במצב המתואר באירור (מצב אנכי לא יציב) ומקבל דחיפה קטנה לתוך הדף.
מה תהיה המהירות הזוויתית של הגוף כאשר הגיע הנזוכה ביותר ?



- 3) **כדור פוגע במוט שתלווי מהתקלה (כולל תנו)**
כדור בעל מסה m פוגע במוט שתלווי מהתקלה במרחק x מציר הסיבוב של המוט. המוט בעל אורך L ובבעל מסה M .
מהירותו ההתחלתית של הכדור היא u_0 והוא מתנגש פלסטית עם המוט.
א. מהי המהירות הזוויתית של המערכת מיד לאחר ההתנגשות?
ב. מהי הזווית המקסימלית אליה הגיע המוט?
ג. מצא x כך שהכוח שפעילה התקלה על המוט יתאפס.



- 4) **מסה מתנגשת בשתי מסות מחוברות במוט (כולל תנו)**
שני גופים נקודתיים בעלי מסה M כל אחד מחוברים בשני קצוותיו של מוט דק חסר מסה באורך L . המערכת נמצאת במנוחה על גבי משטח אופקי חלק לאורך ציר y .
כדור נוסף שמסתו m פוגע במוט במאונך למומוט ובמרחק d ממרכזו המוט. מהירות הכדור הנוסף היא v וההתנגשות עם המוט היא אלסטית.
מה צריכה להיות מהירותו של הכדור הנוסף, כך שיישאר במנוחה לאחר ההתנגשות.

תשובות סופיות:

$$\cos \theta = 1 - \frac{L\omega_0^2}{3g} \quad (1)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2MgL + 2mg(L+R)}{\frac{ML}{3} + \frac{1}{4}mR^2 + m(L+R)^2}} \quad (2)$$

$$\omega = \frac{mv_0x}{mx^2 + \frac{ML^2}{3}} \cdot \mathcal{N} \quad (3)$$

$$x_{c.m} = \frac{M\frac{L}{2} + mx}{M+m}, \quad I = \frac{ML^2}{3} + mx^2 : \quad \text{כאשר} \quad \cos \theta = 1 - \frac{I\omega^2}{(M+m)gx_{c.m}} \quad \text{ב.}$$

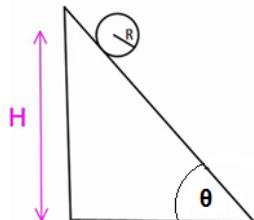
ו- ω מצאנו בסעיף א'.

$$mu_0 = M\frac{L}{r} + mx \quad \text{ג.} \quad (4)$$

$$m = \frac{2M}{1 + \frac{4d^2}{l^2}} \quad (5)$$

ניתוח לפי כוחות ומומנטים וגלגול ללא חalkה:

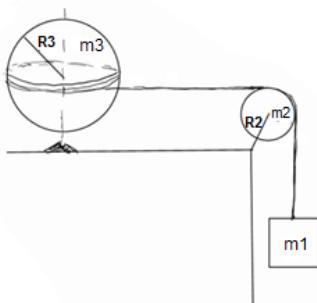
שאלות:



1) דוגמה - כדור על מדרון משופע

כדור בעל רדיוס R מונח בגובה H על מדרון משופע בעל זווית α . הכדור מתחילה להתגלגל ללא חalkה.

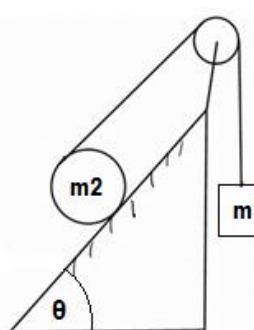
- מצאו את מהירות הכדור בתחתית המדרון.
- מצאו את תאוצת הכדור.



2) גלובוס

גלובוס (כדור) מונח ומקובע לשולחן ויכול להסתובב סביב ציר המאונך לשולחן. מ�פים חוט סיבוב מרכז הגלובוס (סיבוב קו המשווה) והחותם ממשיך מהגלובוס דרך גלגלת לאידיאלית למסה תלויה m_1 .

נתונים גם: m_2 ו- R_2 מסה ורדיוס הגלגלת, m_3 ו- R_3 מסה ורדיוס הגלובוס. המערכת מתחילה ממנוחה. מצא את תאוצת כל הגוף, קווית וזוויתית ואת המתיichות בחוט.



3) יווי במישור מחובר למסה

יווי (כדור שמלופף סביבו חוט) בעל מסה m_2 ורדיוס R מונח על מישור משופע בעל זווית θ .

חותם של היווי מחובר דרך גלגלת לאידיאלית למסה m_1 . נתון כי היווי מתגלגל ללא חalkה על המישור וכי קיימים חיכוך בין היווי למישור.

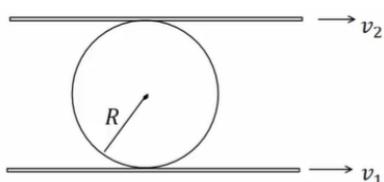
- מצא لأن תנועה המערכת וכיוון החיכוך הסטטי.
- מצא את תאוצות הגוף וגודלו כוח החיכוך.

4) מוט אופקי נופל

L, M

מוט בעל מסה M (צפיפות אחידה) ואורך L תלוי בקצתו
לקיר וחופשי להסתובב סביב נקודת התלייה.
משחררים את המוט במצב אופקי.

- א. מצא את התאוצה הזוויתית ואת תאוצת מרכזו
המסה של המוט ברגע השחרור.
כעת המוט נופל עד להגיעו במצב מאונך לקרקע.
- ב. מצא את הכוח שפעיל הציר שמחבר את המוט
לקיר על המוט, ברגע השחרור.
- ג. מצא את מהירות הזוויתית של המוט ברגע זה
(כשהוא מאונך לקרקע).
- ד. חזר על סעיפים א' ו-ב' עבור רגע זה.

5) משטח מלמולה ומשטח מלמטה

כדור בעל רדיוס R לחוץ בין שני משטחים נועים.
המשטח מתחתי לכדור נע במהירות v_1 והמשטח
מעליו נע במהירות v_2 .

- א. מהי מהירות מרכזו המסה של הכדור אם
ידעו שהוא מתגלגל ללא חילקה ביחס לשני המשטחים?
- ב. חזר על סעיף א' אם המשטח העליון נע בכיוון ההפוך.

תשובות סופיות:

$$a = \frac{5}{7}g \sin \theta \quad \text{ב.} \quad mgH = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\left(\frac{v_{c.m.}}{R}\right)^2 \quad \text{א.} \quad (1)$$

(2) ראה סרטון.

(3) ראה סרטון.

$$\sum F_y = ma_{y_{c.m.}}, \sum F_x = ma_{x_{c.m.}} \quad \text{ב.} \quad a_{c.m.} = \frac{3}{4}g = a_y, a_x = a_r = 0, \alpha = \frac{3}{2}\frac{g}{L} \quad \text{א.} \quad (4)$$

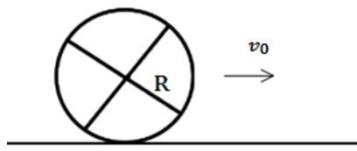
$$mg \frac{L}{2} = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad \text{ג.}$$

$$\sum F_y = ma_{y_{c.m.}}, \sum F_x = ma_{x_{c.m.}}, a_\theta = 0 = a_{x_{c.m.}}, a_y = a_r = -\omega^2 \frac{L}{2}, \alpha = 0 \quad \text{ד.}$$

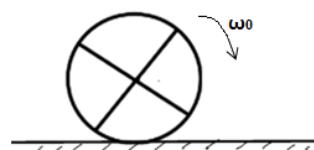
$$v_{c.m.} = \frac{v_1 - v_2}{2} \quad \text{ב.} \quad v_{c.m.} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \text{א.} \quad (5)$$

גלגל עם החלקה:

שאלות:



- 1) כדור מחליק ללא סיבוב**
 כדור הומוגני בעל מסה M מתחילה תנועתו עם מהירות v_0 ללא סיבוב (מהירות זוויתית).
 מצא את מהירותו הסופית אם נתון מקדם החיכוך הקינטי.



- 2) כדור מסתובב מונח על רצפה**
 כדור הומוגני בעל מסה M מוחזק באוויר ומסתובב סביבמרכז המשאלו ב מהירות זוויתית ω_0 .
 הכדור מונח על הרצפה בעודו מסתובב.

מצא את מהירותו הסופית אם נתון מקדם החיכוך הקינטי μ_k .

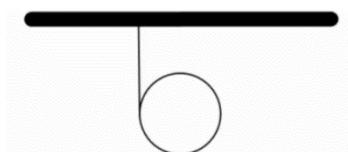
תשובות סופיות:

$$V_{\text{final}} = \frac{5}{7} V_0 \quad (1)$$

$$V_{\text{final}} = \frac{2}{7} \omega_0 R \quad (2)$$

תרגילים מסכימים:

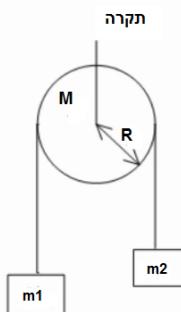
שאלות:



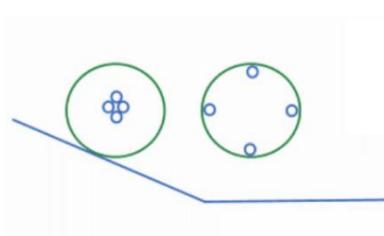
- 1) חישוק מתגלגל מחבל**
חבל מלופף סביב חישוק בעל רדיוס R ומסה m .
(החבל מחובר לתקלה).

א. מהי תאוצת מרכז המסה של החישוק?

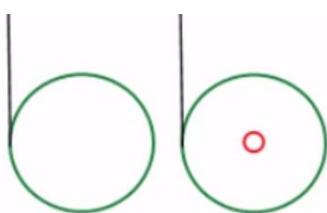
ב. לאחר כמה זמן ירד החישוק לגובה של h אם התחילה תנועתו ממנוחה?



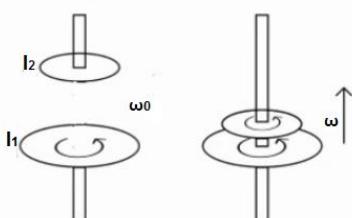
- 2) מסות וגלגלת**
שתי מסות שונות m_1 , m_2 תלויות משני הצדדים של גלגלת לא אידיאלית המקובעת במרכזזה. המסות משוחררות ממנוחה.
מצא את תאוצת המסות אם נתון:
 M מסת הגלגלת, R רדיוס הגלגלת
וכि החוט איינו מחליק על הגלגלת.



- 3) שתי דיסקות שונות במדרון**
בון המדע שבמכון ויצמן יש שתי דיסקות קלות אליון מודבקות 4 מסות כבדות כמתואר בשרטוט. את הדיסקות מניחים על שני מדרונים ובודקים מי תנועה בהגעה למישור מהר יותר.
הסביר כיצד ניתן לחשב מהירות זו על פי נתוני המערכת.



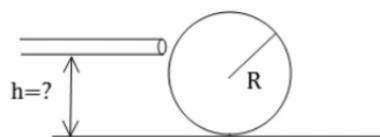
- 4) שני חישוקים מתגלגלים מחבל**
חישוק בעל מסה m ורדיוס R תלוי מחבל מלופף סביבו.
א. מה תהיה מהירותו לאחר שנפל מגובה h ?
מה תהיה תאוצתו? כמה זמן תארך הנפילה?
חישוק אחר חסר מסה בעל רדיוס R מכיל מסה נקודתית במרכזו בעלי מסה m .
ב. מה תהיה מהירותו לאחר שנפל מגובה h ?
ג. מה תהיה מהירותו אם החבל יהיה ללא חיכוך?

5) מצמד

בכלי עבודה רבים קיים מנגן הקרויה מצמד (קלאי).
תפקיד המצמד הוא להעביר את הכוח המניע אל החלק המונע בצורה הדרגתית (למשל להעביר את כוח המנוע ברכב אל הגלגלים מבלוי לגרום לתנועה מתאומית בגלגלים).
מצמד מופעל ע"י הצמדת דסקה מסתובבת אל דסקה נייחת והעברת אנרגיה מזו לעזרת כוח החיכוך.
לפניך מצמד הבניי משתי דיסקות בעלות מומנט התumed שונה.
הدسקה התחתונה מסתובבת במהירות ההתחלתית נתונה.
בשלב מסוים הדסקה העליונה מונחת על הדסקה התחתונה ובעזרת כוח המשיכה וכוח החיכוך מתחילה לנוע בעצמה עד ששתי הדיסקות ינוו ביחד.

א. מצא את מהירות הסופית של הדיסקות.

ב. כמה אנרגיה אבדה בתהליך זה?

**6) מכה בצדור ללא חילקה**

צדור סנווקר ברדיוס R נמצא במנוח על שולחן
לא חיכוך (חיכוך נמוך מאוד).

מצא באיזה גובה מעל תחנית הצדור יש לתת
מכה אופקית עם המקל כך שהצדור יתגלגל ללא חילקה.

$$\text{מומנט התumed של הצדור הוא: } I_{c.m} = \frac{2}{5}mR^2$$

הדרך: ערוך תרשימים כוחות ונתח את הבעיה בשלב המכאה עצמה.

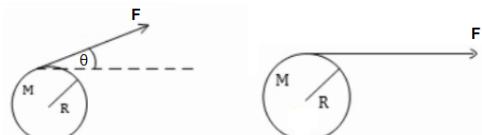
7) חוט מושך דיסקה ללא חילקה - תרגיל פשוט

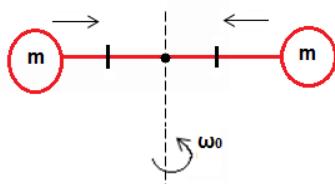
חוט מלופף מסביב לגליל המונח על מישור
שאיינו חלק. רדיוס הגליל הוא R ומסתו M .
כוח F נתון מושך את הגליל.

מצא את תאוצת הגליל במקרים הבאים אם
ידעו שהגליל מתגלגל ללא חילקה:
א. הכוח פועל בכיוון אופקי.

ב. הכוח פועל בזווית θ ביחס לאופק וידעו שהגליל אינו מתvroם.

ג. מה כיוון החיכוך בכל מקרה?

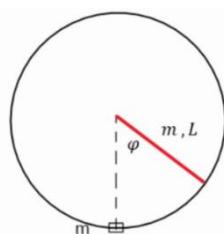




- 8) מחליקה על קרח סגירת ידיים**
- מחליקה על הקרח מסתובבת במהירות w_0 . המחליקה בעלת מסה זניחה אך היא מחזיקה מסה m בכל יד. הידיים פרוסות לצדדים ואורך כל יד 1. לפניה המחליקה סגורת את ידה לחצי מאורכו המקורי.
- מה תהיה מהירות הסיבוב החדשה?
 - כמה אנרגיה הושקעה בתהליך?



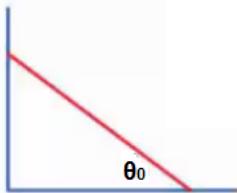
- 9) גלגול עם חילקה**
- אל עבר דסקה בעלת מסה M ורדיוויס R נורה קליע בעל מסה m במהירות v . הדסקה מונחת על משירן בעל מקדם חיכוך נתון. מצא כמה זמן תימשך ההחלקה.



- 10) מוט משוחרר בזווית פוגע במסה**
- מוט המוחובר לציר משוחרר ממנוחה מזויה נתונה. כשהמוט מגיע לנקודה הנמוכה ביותר הוא פוגע במסה m וודחף אותה במהירות לא ידועה לעבר מסילה מעגלית. נתון כי הקצת התחנון של המוט נע מיד לאחר ההתנגשות במהירות משיקית u .
- מהי הזווית המקסימלית אליה יוכל המוט לאחר הפגיעה?
 - מהי מהירות המסה מיד לאחר הפגיעה?
 - מהו הכוח אותו מפעילה המסילה על המסה מיד לאחר ההתנגשות?



- 11) צמד לוליאנים בטרפז**
- בקרכס ישנו מכשיר הקורי טרפז. על הטרפז נתלה לוליין המחזיק בידו לוליין אחר. נתון כי צמד הלוליאנים התרחילה את תנועתם ממנוחה במצב מאוזן וניתקו ידיהם במצב מאונך. הניתקו כי אורך כל לוליין 1 ומסתו m . לאחר הניתוק הלוליין המנותק סגור את גופו לחצי מאורכו.
- מהי המהירות הזוויתית ברגע הניתוק?
 - מהי המהירות הזוויתית של הלוליין המנותק מיד לאחר הניתוק ולפנוי שסגר את גופו?
 - מהי המהירות הזוויתית לאחר שסגר את גופו?

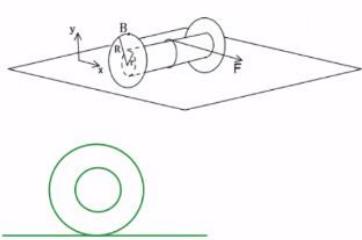
12) מוט מתגלגל - מציאת מהירות

מוט בעל מסה m ואורך 1 מונח על רצפה וקיר חלקים בזווית נתונה θ_0 . מיד לאחר שהניחו את המוט, המוט מתחילה להחליק עד הפגיעה ברצפה. אין חיכוך בין המוט לקיר או לרצפה. מצאו את מהירותו מרכזו המסה של המוט בזמן פגיעתו ברצפה.

13) יווי מתגלגל (חוט מלמعلלה)

יווי מורכב מגליל ברדיוס r ומסה m . משתי צידי הגליל מחוברות דסוקות ברדיוס $r > R$ ומסה M כל אחת. סביב הגליל ובמרכזו מלופף חוט. היוי מונח על משטח לא חלק ומושכים את החוט בכוח F קבוע בכיוון ציר ה- x .

נתון כי היוי מתחילה את תנועתו ממנוחה וכי הוא מתגלגל ללא חילקה (היוי זו בציר ה- x). כמו כן כל אותן בעיות השאלת נתונה.

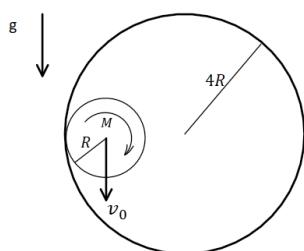


- א. מהו מומנט ההתמד של היוי?
- ב. מהי תאוצת מרכזו המסה של היוי?
- ג. מהו מיקום היוי כפונקציה של הזמן?
- ד. הנקודה B נמצאת על קצה הגליל ובודיק מעל מרכזו ב- $t=0$. מצא את מיקום הנקודה כתלות בזמן.

14) עיפרון נופל*

עיפרון באורך L ניצב אנכית על משטח. ברגע מסוים הוא מתחילה ליפול ימינה. כאשר הזווית בין לבן האנק למשטח מגיעה ל- θ_1 העיפרון מתחילה להחליק.

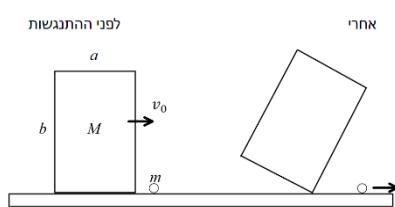
- א. עברו זווית θ שבהן עדין אין החלקה $\theta_1 < \theta$.
- i. מצאו את המהירות הזוויתית של העיפרון ω .
- ii. מצאו את התאוצה הזוויתית של העיפרון α .
- iii. מצאו את התאוצה הקויה של מרכזו המסה של העיפון.
- v. מצאו את גודלו וכיוונו של כוח החיכוך.
- vii. מצאו את הכוח הנורמלי.
- ב. מצאו את מקדם החיכוך הסטטי μ_s .

15) גליל בתוך גליל*

גליל מלא ברדיוס R ומסה M המפולגת אחידה מתגלגל ללא חילקה בתוך גליל גדול ודק שרדיוסו $4R$. הגליל הגדל מקובע במקומו.

- א. נתון שמהירות מרכזו המסה של הגליל הקטן כאשר הוא בגובה מרכזו הגליל הגדל ובדרךו מטה היא v_0 . מהו גודלו וכיוונו של כוח החיכוך הפועל על הגליל בנקודת זה? ומהו התנאי על v_0 כך שיתאפשר גלגול ללא חילקה אם מקדם החיכוך μ נתון?

- ב. מהי מהירות מרכזו המסה של הגליל הקטן כאשר הוא בתחתית הגליל הגדל?
ג. כאשר הגליל הקטן נמצא בתחתית הגליל, פוגע בו קליע נקודתי, גם הוא בעל מסה M הנע ישר כלפי מטה. הקליע נדבק לשפת הגליל לבדוק מעלה מרכזו ונע עמו (זמן התנגשות קצר מאוד וניתן להזניח את השפעת החיכוך עם הגליל הגדל בתנשיות).
שים לב שלאחר הפגיעה הגלגול כבר לא חייב להיות ללא חילקה. מצא את מהירות מרכזו הגליל (לא מרכזו המסה) לאחר הפגיעה.

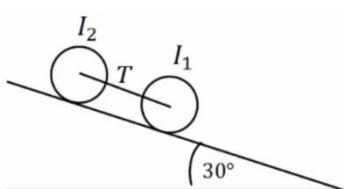
16) תיבה מתנגשת באבן*

תיבה דו מימדיות בגודל $a \times b$ ומסה M נעה על משטח אופקי חלק ב מהירות v_0 .

ברגע מסוים התיבה מתנגשת בתנשיות אלסטית באבן עם מסה m הנמצאת במנוחה על המשטח. כתוצאה מההתנגשות התיבה ממשיכה בתנועה ימינה אך גם מתחילה להסתובב.

ניתן להניח שהפינה הימנית תחתונה של התיבה כל הזמן נוגעת בקרקע.

- א. מה התנאי על v_0 כך שהතיבה לא תתפרק?
ב. מה קורה לתנאי של סעיף א' אם $b < a$?

**17) שני גלים מחוברים בחולות על מדרון משופע***

שני גלים בעלי מסה $m = 3\text{kg}$ ורדיוס $R = 20\text{cm}$ כל אחד, מחוברים בחולות אידיאלי וمتגלגלים יחד ללא חילקה במורד מדרון. זווית המדרון היא 30° . התפלגות המסה של הגלילים אינה אחידה ומומנטיהם

הסתemd שלם סביב מרכזו המסה נתונים: $I_1 = 50\text{kg} \cdot \text{cm}^2$, $I_2 = 90\text{kg} \cdot \text{cm}^2$ מהי המתייחסות בחולות המחבר בין הגלילים?

תשובות סופיות:

$$t = \sqrt{\frac{4h}{g}} \text{ . ב.} \quad a = \frac{g}{2} \text{ . נ. } \quad (1)$$

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{\frac{1}{2}M + m_1 + m_2} \quad (2)$$

ראה סרטון. **(3)**

$$g. \text{ נפילה חופשית.} \quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{ב.} \quad mgh = mv^2, a = \frac{g}{2}, t = \frac{1}{2}\left(\frac{g}{2}\right)t^2 \text{ . נ. } \quad (4)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}I_l\omega_0^2 - \frac{1}{2}(I_l + I_2)\omega_l^2 \text{ . ב.} \quad \omega_l = \omega_0 \frac{I_l}{I_l + I_2} \text{ . נ. } \quad (5)$$

$$h = \frac{2}{5}R \quad (6)$$

$$F \frac{1}{3}(1 + \cos \varphi), \frac{1}{3}F \cdot \lambda \quad a = \frac{4}{3} \frac{F}{m} \text{ . ב.} \quad a = \frac{4}{3} \frac{F}{m} \text{ . נ. } \quad (7)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}I_l\omega_l^2 - \frac{1}{2}I_0\omega_0^2 \text{ . ב.} \quad \omega_l = \omega_0 \cdot 4 \text{ . נ. } \quad (8)$$

ראה סרטון. **(9)**ראה סרטון. **(10)**

$$\text{ב. אין שינוי.} \quad g \cdot \sqrt{\frac{8g}{3l}} \quad \sqrt{\frac{g}{6l}} \text{ . נ. } \quad (11)$$

$$\sqrt{\frac{3}{4}gls \sin \theta_0} \quad (12)$$

$$F + \frac{Fr - I \frac{a}{R}}{R} = (m + 2M)(a) \text{ . ב.} \quad I = 2 \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}mr^2 \text{ . נ. } \quad (13)$$

$$B_x = \frac{1}{2}at^2 + R \sin\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right), B_y = R \cos\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right) \cdot \tau \quad x_{(t)} = \frac{1}{2}at^2 \cdot \lambda$$

$$\vec{a} = -\omega^2 r \hat{r} + \alpha r \hat{\theta} \quad .iii \quad \alpha = \frac{3g}{2L} \sin \theta \quad .ii \quad \omega = \sqrt{3 \frac{g}{L} (1 - \cos \theta)} \quad .i.N \quad (14)$$

$$\sum F_y = m(-a_r \cos \theta - a_\theta \sin \theta) \quad .v \quad \sum F_x = m(-a_r \sin \theta + a_\theta \cos \theta) \quad .iv$$

$$f_{s_{\max}}(\theta_1) = \mu_s N(\theta_1) \text{ . ב.}$$

$$v_0 = \frac{1}{2}v_1 \cdot \lambda \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 + 4gR} \quad .\mathbf{v} \quad f_s = \frac{mg}{3}, v_0 \geq \sqrt{\frac{Rg}{\mu_s}} \text{ . נ. } \quad (15)$$

$$v_0 = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{g}{3} \left(\sqrt{a^2 + b^2} - b \right)} \cdot \left(\frac{2(a^2 + b^2)}{\sqrt{(2a)^2 + b^2}} + \frac{M\sqrt{4a^2 + b^2}}{2m} \right) . \text{ נ } \quad (16)$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g}{6b}} \cdot a \cdot \left(2 + \frac{M}{2m} \right) . \text{ ב}$$

$$T \approx 0.22N \quad (17)$$

פיזיקה 1 מ

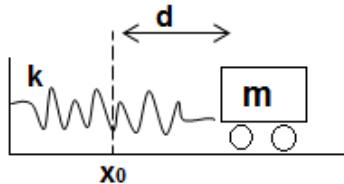
פרק 17 - תנועה הרמוניית -

תוכן העניינים

203	1. תנועה הרמוניית פשוטה.....
206	2. תנועה הרמוניית מרוסנת.....
208	3. תנועה הרמוניית מאולצת.....
(לא ספר)	4. מסות מצומדות
210	5. תרגילים מסכמים.....
213	6. תרגילים מסכמים (מטוטלות שונות)
216	7. תרגילים למתקדמים.....
219	8. תרגילים לבקשת סטודנטים.....

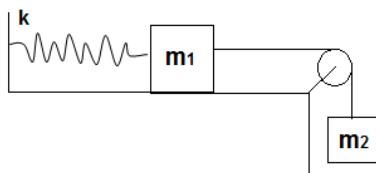
תנועה הרמוניית פשוטה:

שאלות:



1) מסה מתנוגשת במסה

מסה m מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ המחבר לקיר בעל קבוע קפיץ k . מותנים את המסה מרחק d מהמקום בו הקפוץ רופיע ומשחררים ממנוחה. מצא את $(t)x$ של המסה.



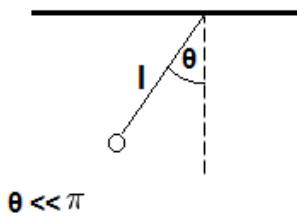
2) מסה על שולחן מחוברת למסה תלולה

מסה m_1 מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפוץ בעל קבוע k . ממסה זו יצא חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית וקשרו למסה נוספת התלויה באוויר M .

א. מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת (קבע את הראשית בנקודת שבה הקפוץ רופיע).

ב. מצא את תדריות התנועה של המערכת.

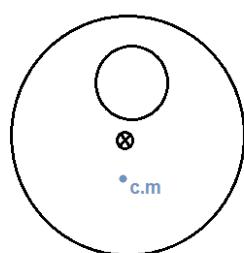
ג. מהי האמפליטודה המקסימלית האפשרית לתנועה כך שהמתיחות בחוט לא תתאפס במהלך התנועה?



3) דוגמה - מטוטלת מתמטית (עם מומנטים)

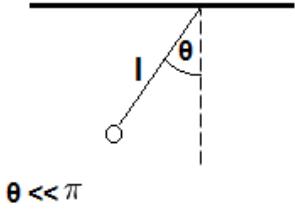
נתונה מטוטלת (מתמטית) התלויה מהתקarra. אורך החוט של המטוטלת הוא l .

מצא את תדריות התנועות הקטנות ואת הזווית כפונקציה של הזמן. הנח כי המטוטלת מתחילה את תנועתה ממנוחה בזווית ידועה θ (דרך מומנטים).



4) דוגמה - דיסקה עם חור

מצא את תדריות התנועות הקטנות של דיסקה בעלת מסה M ורדיוס R אם ידוע כי במרחק R ממרכז הדיסקה קדחן חור ברדיוס רביעי R (הדיסקה מחוברת במסמר במרכז אל הקיר).



5) דוגמה - מטוטלת מתמטית (עם אנרגיה)

נתונה מטוטלת (מתמטית) התלויה מהתקשה.

אורך החוט של המטוטלת הוא L .

מצא את תדריות התנודות הקטנות ואת הזווית כפונקציה של הזמן.

הנח כי המטוטלת מתחילה את תנועתה ממנוחה בזווית ידועה θ_0 (דרך אנרגיה).



6) גליל מחובר לקפיץ מתגלגל ללא חילקה

גליל בעל מסה m ורדיוס R נמצא על משטח אופקי

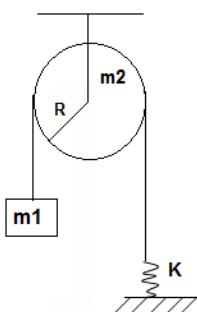
לא חלק ומוחובר באמצעות קפיצים אל הקיר.

קבוע הקפיצים הוא k והוא מחובר למרכו של הגליל.

הנח שתנועת הגליל אופקית בלבד והוא מתגלגל ללא חילקה על המשטח.

מצא את תדריות התנודות הקטנות.

פתרונות פעם אחד באמצעות אנרגיה ופעם נוספת באמצעות כוחות ומומנטים.



7) גלגלת מסה וקפיץ

במערכת הבאה, המסה m_1 קשורה בחוט דרך גלגלת אל קפיצים המוחובר לקרקע. הגלגלת אינה איזידלית.

נתון: R רדיוס הגלגלת, m_2 מסת הגלגלת, k קבוע הקפיצים.

הנח כי החוט לא מחליק על הגלגלת.

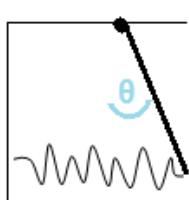
א. מצא את נקודת שיווי המשקל.

ב. מצא את תדריות התנודה.

ג. מושכים את המסה אורך d מנקודת שיווי המשקל.

מהו d_{\max} המרחק המקסימלי שנייתן לשוזך את המסה

ambilי שהמתיחות בחוט תתאפס במהלך התנועה?



8) מוט תלוי מחובר עם קפיצים לקיר

מוט בעל אורך L ומסה M (התפלגות אחידה)

תלו依 מהתקשה וחופשי להסתובב סביב נקודת התלויה.

קצתו השני של המוט מחובר בקפיצים, בעל קבוע k לקיר.

הקפיצים רפוויים כאשר המוט נמצא מאונך לתקרה.

א. הראה כי תנועת המוט בזווית קטנות היא תנועה הרמוניית ומצא את תדריות התנועה.

ב. מצא את הזווית של המוט כפונקציה של הזמן אם המוט משוחרר ממנוחה בזווית נתונה θ_0 .

תשובות סופיות:

$$x(t) = -\frac{v_0}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}t + \frac{\pi}{2}\right) + x_0 \quad (1)$$

$$A_{\max} = \frac{g}{\omega^2} \quad . \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \quad . \quad x = \frac{m_2 g}{k} \quad . \quad (2)$$

$$\theta(t=0) = -\omega A \sin \varphi \quad (3)$$

$$-\left(\frac{16}{247} \frac{g}{R}\right)(\theta - 0) = \ddot{\theta} \quad (4)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad \theta(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

$$E = \frac{3}{4} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{3m}} \quad . \quad (6) \quad \text{באמצעות אנרגיה:}$$

$$\sum F_x = -k(x - x_3) = m \ddot{x} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{3m}} \quad . \quad \text{באמצעות כוחות ומומנטים:}$$

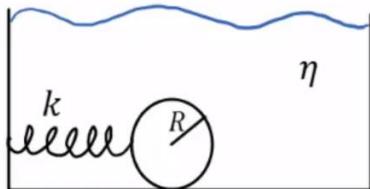
$$d_{\max} = \frac{m_1 g}{k} \quad . \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + \frac{1}{2} m_2}} \quad . \quad x_0 = \frac{m_1 g}{k} \quad . \quad (7)$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k^+}{m^+}} t\right) \quad . \quad \omega = \sqrt{\frac{k^+}{m^+}} \quad . \quad (8)$$

תנועה הרמוניית מרוסנת:

שאלות:

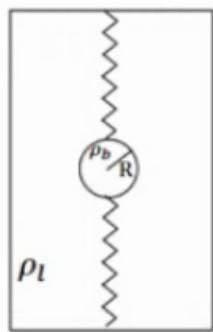
(1) כדור במיכל מים



כדור בעל מסה m ורדיוס R נמצא בתחום מיכל מים ומחובר באמצעות קפיץ אופקי לדופן המיכל. קבוע הקפיץ הוא k . בתנועת הגוף במים, מפעלים המים על הכדור כוח התנגדות המתכוונתי וההפוך למחרותו. כוח זה נקרא כוח סטוקס וגודלו הוא: $-6\pi R^2 \eta \ddot{x}$. כאשר \ddot{x} היא צמיגות המים ו- R הוא רדיוס הכדור.

התיחס ל- m , k , η , R נתונים ומצא את תדירות התנודות של הכדור בהנחה ש- $R < \frac{\sqrt{mk}}{3\pi\eta}$.

(2) שני קפיצים בנוזל



כדור נמצא בתחום תיבת מלאה במים ומחובר עם קופץ אידיאלי לקצה העליון של התיבה ועם קופץ אידיאלי נוסף זהה לקצה התיכון של התיבה.

נתון: R - רדיוס הכדור, r - צפיפות המסה של הכדור, m - צפיפות המסה של המים, K - קבוע שני הקפיצים ו- η - צמיגות המים.

(תזכורת: כאשר כדור מצוי בתחום נוזל פועלים עליו

כוח ציפה: $F = \rho g V$ וכוח סטוקס: $F = 6\pi R \eta \ddot{x}$.

א. מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת.

ב. מה התנאי שייהו תנודות הרמוניות?

מצא את התדירות בהנחה שתנודות אלו מתקינות.

ג. מצא את התנאי בו יחולר הכדור כדי מהר לנקודת שיווי המשקל.

(3) איבוד אנרגיה במחזור

בתנועה הרמוניית מרוסנת קיימים ריסוון חלש כך שהאמפליטודה של התנועה יורדת ב-2.5 אחוז כל מחזור. בכמה אחוז יורדת האנרגיה בכל מחזור?

4) משקלות במיכל מים תלוייה מהתקרה

משקלות שמסתה : $M = 1\text{kg}$ נמצאת במיכל מים ומחוברת לתקרה באמצעות כפץ בעל קבוע : $\frac{N}{m} = 20 \cdot k$. כוח הה拮נות שפעילים המים הוא מהצורה של : $\vec{F} = -\lambda \vec{t}$ כאשר : $\lambda = \frac{\text{kg}}{\text{sec}} = 4$ ו- \vec{t} היא מהירות המסה. הניחו שהמשקלות אינה יוצאת מהמים ואנייה פוגעת ברצפה.

- A. תוק כמה זמן תרד האמפליטודה לחמישית מגודלה ההתחלתית?
(הניחו שהפאזה היא אפס)

B. לאחר כמה מחזוריים זה יקרה?

5) מסה באmbט מים וدبש

מסה : $m = 2\text{kg}$ נמצאת באmbט מלא מים, המסה מחוברת באמצעות שני קבועים והם בעלי קבוע : $\frac{N}{m} = 25 \cdot k$ לשתי דפנות האmbט ונעה ללא חיכוך עם ריצפת האmbט. מזיזים את המסה m 0.5 מנקודות שיווי המשקל ומשחררים ממנוחה. התגנות המים מפעילה כוח גראד : $\vec{F} = -\lambda \vec{t}$ כאשר : $\lambda = \frac{\text{kg}}{\text{sec}} = 10$.

- A. מהו העתק המסה כתלות בזמן?
B. מחליפים את המים בدبש מה שגדיל את λ פי $\sqrt{2}$. מזיזים שוב את המסה m ומשחררים, מהו העתק המסה כתלות בזמן?

תשובות סופיות:

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{3\pi R \eta}{m}\right)^2} \quad (1)$$

$$\frac{2K}{m} = \frac{6\pi\eta R^2}{2m} \quad \text{ג.} \quad \omega^* = \sqrt{\frac{2K}{m} - \left(\frac{6\pi\eta R}{2m}\right)^2} \quad \text{ב.} \quad y_{eq} = \frac{F_b}{2K} \quad \text{א.} \quad (2)$$

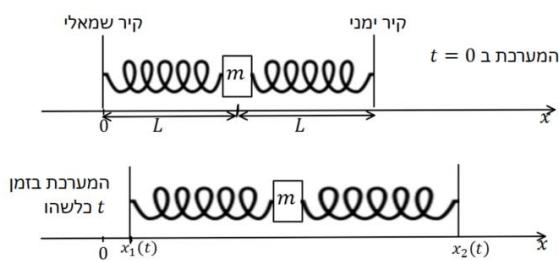
5% (3)

ב. בערך מחזור אחד. 1.6 sec. א. (4)

$$x(t) = \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{\sqrt{2}}t\right)e^{-5\sqrt{2}t} \quad \text{ב.} \quad x(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-5t} \cos\left(5t + \frac{\pi}{4}\right) \quad \text{א.} \quad (5)$$

תנועה הרמוניית מאולצת:

שאלות:



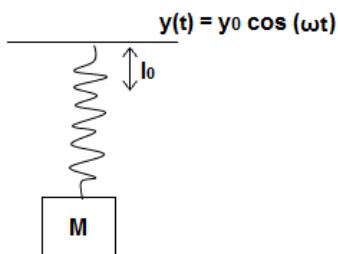
- על המסה פועל כוח גרא: $-F = -bv$. ב- $t = 0$ הקירות מתחילה לוזו. ראשית הזרמים ממוקמת במרכז התנועה של הקיר השמאלי והכוון החיוויי ימינה. מיקום הקירות כתלות בזמן הוא: $x_1(t) = d \sin(\omega t)$, $x_2(t) = 2L + 2d \sin(\omega t)$.
 נתונים: m , d , L , ω , b , k .
 א. מהי תדירות התנועה ומהי האמפליטודה?
 ב. מה התנאי לתהודה בהנחה כי הריסון חלש מאוד?

2) מציאת תדרות רביע אמפליטודה

- mass m מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע k , המסה נעה על מישור חלק ללא חיכוך. על המסה פועל כוח גרא: $-F = -f \cdot \cos(\omega t)$ וכוח מאלץ: $f = b \cdot v$.
 מצא את תדרות הכוח בה אמפליטודת התנועה במצב העמיד תהיה רביע מהאמפליטודה המקסימלית.
 הנח כי: $d = \sqrt{mk}$, m , b , k , ω נתונים וכי:

3) מסה תלולה על קרש נע

- mass M מחוברת באמצעות קפיז אנכי לקרש אופקי הנע בציר ה- y לפי: $y(t) = y_0 \cos(\omega t)$.



- קבוע הקפיז k ואורכו הרפי l_0 נתוניים.
 מצא את מיקום המסה כפונקציה של הזמן.

תשובות סופיות:

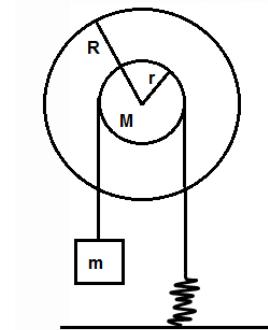
$$\omega \sim \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \text{ב.} \quad A(\omega) = \frac{\frac{3kd}{m}}{\sqrt{\left(\frac{2k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{b}{m}\right)^2 \omega^2}} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4C}}{2}} \quad (2)$$

$$y(t) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\frac{k}{m} - \omega^2} \cos \omega t + y'_0 \quad (3)$$

תרגילים מסכימים:

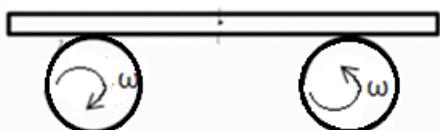
שאלות:



1) דיסקה כפולה מסה וקפיץ

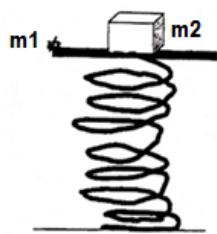
נתונה דיסקה ממושברת במרכזיה לקיר (כלומר הדיסקה יכולה להסתובב אך לא לנוע מעלה ומטה). הדיסקה בנוי משתי דיסקות מודבקות בעלות רדיוס r לדיסקה הקטנה ו- R לדיסקה הגדולה. סיבוב הדיסקות מלווה בחרוטים חמוטאים כמתואר בשרטוט. עוד נתון כי אין החלקה לחוטים.

- מצאו את תדריות התנודות.
- מהי האנרגיה הכוללת של המערכת?



2) מוט על שני גלגלים

מוט בעל מסה M מונח על שני גלגלים המקובעים במרכזהם. הגלגלים מסתובבים במהירות זוויתית ω כך שהגלגל הימני מסתובב נגד כיוון השעון והשמאלי עמו כיוון השעון. בין המוט והגלגלים קיימים חיכוך ומקדם החיכוך הקינטי נתון. מניחים את המוט כך שמרכזו נמצא במרחק A מהמרכז בין הגלגלים. מצא את תדריות התנודה של המוט.



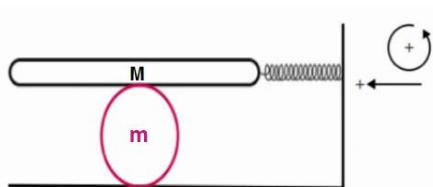
3) מסה על משטח על קפיץ אנכי

על קפיץ שקבועו א' מונח משטח שמסתו m_1 , המשטח צמוד לקצתו של הקפיץ. על המשטח מונח גוף שמסתו m_2 . מכוחים את הקפיץ בשיעור Δy ומשחררים.

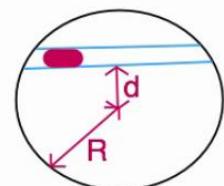
א. מה צריך להיות Δy_{\min} כדי שהגוף יתנתק מן המשטח באיזה שהוא שלב?

ב. הניחו: $m_2 = 0.06\text{kg}$, $m_1 = 0.04\text{kg}$, $k = 10 \frac{\text{Nr}}{\text{m}}$, $\Delta y = 2\Delta y_{\min}$ ומצאו את רגע הניתוק.

ג. באמצעות הנתונים המופיעים מסעיף ב', מהו מקומו ומהירותו של המשטח ברגע שהגוף ניתק מן המשטח?



- 4) משטח על דיסקה מחובר לקפיץ
נתונה מערכת כבשותות (אין החלקה במערכת).
מהי תדירות?



- 5) תנודה בתעלת כדורייה
בתוך כדור הארץ נחפרה תעלה כבשותות.
מסת כדור הארץ M .
מהי תדירות התנדות הקטנות של מסה החופשית לנوع בתעלת?

- 6) שתי מסות מחוברות בקפיץ**
שתי מסות m_1 ו- m_2 מחוברות בקפיץ בעל קבוע k ואורך רפיוי l .
המסות נמצאות במנוחה על מישור אופקי חלק.
נתנים דחיפה ימינה למסה m_1 המKENה לה מהירות ההתחלתית v_0 .
א. מהי תדירות התנדות של התנועה (כ תלות בנתוני הפעעה)?
רמז: על מנת לפתור את המשוואות יש להחליף משתנים
-ל-

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}; x_{rel} = x_1 - x_2$$

- ב. מצאו את מיקום המסה m_2 כתלות בזמן.

תשובות סופיות:

$$E_{\text{total}} = \frac{1}{2}Kx^2 - mgx + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad \text{ב.ג.} \quad \sqrt{\frac{2kR}{\frac{1}{2}MR + \frac{r^2}{R}}} \cdot \omega \quad \text{(1)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu_k g}{d}} \quad \text{(2)}$$

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \cos^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \text{ב.ג.} \quad \Delta y_{\min} = \frac{(m_1 + m_2)}{k} \cdot \omega \quad \text{(3)}$$

$$v(t) = \dot{y}(t) = -2\Delta y_{\min} \omega \sin(\omega t), \Delta y_{\min} = \frac{(m_1 + m_2)}{k} \cdot \omega \quad \text{(3)}$$

$$\ddot{x} = -\left(\frac{K}{m+2M} \right) x \quad \text{(4)}$$

$$\ddot{x} = -\left(\frac{M}{R^3} \right) (x - 0) \quad \text{(5)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}}, \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \omega \quad \text{(6)}$$

$$, \quad A = \frac{\sqrt{v_0^2 + l^2 \omega^2}}{\omega}, \quad x_2(t) = \frac{m_1}{m_1 + m} (l + v_0 t) - \frac{m_1}{m_1 + m_2} A \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{ב.ג.}$$

$$\tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega l}$$

תרגילים מסכימים (מטוטלות שונות):

שאלות:

1) שני חצאי דיסקה

נתונים שני חצאי דיסקה התלויים על מסמר כמתואר בشرطוט.

מסת הדיסקה ורדיוסה נתונים.

מצא את התדריות של כל אחד מחצאי הדיסקה.



2) חצי חישוק ושתי מסות

מצא את תדריות חצי החישוק שבתמונה.

רדיוס R ומסתו M , בקצבותיו חוברו שתי מסות m .

החישוק תלוי ממסמר בקודקודה.



3) מטוטלת על עגלה נעה

עגלה בעלת מסה m_2 חופשיה לנוע על משטח אופקי ללא חיכוך.

אל העגלה מחובר מוט אנכי עליו תלויות מטוטלת מתמטית עם מסה m_1 ואורך חוט a .

משחררים את המסה (של המטוטלת) בזווית נתונה כאשר כל המערכת נמצא במנוחה.

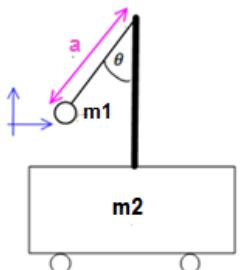
א. רשמו את מהירות המטוטלת במערכת העגלה כפונקציה של θ ו- $\dot{\theta}$.

ב. רשמו את מהירות העגלה והמטוטלת כפונקציה של θ ו- $\dot{\theta}$.

ג. רשמו את משוואת שימור האנרגיה המכנית של המערכת.

ד. רשמו את משוואת שימור האנרגיה בתנודות קטנות.

ה. מצאו את תדריות התנודה של המסה M .



4) קפיץ מוט ומסה

נתונה מסה m המחברת لكפיץ בעל קבוע k .

המסה גם מחוברת למוט חסר מסה בעל אורך l .

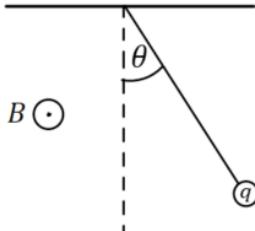
המוט מחובר לרצפה בציר המאפשר לו להסתובב.

המערכת בשרטוט נמצא במצב שיווי משקל.

א. מהי תנודות התנודות הקטנות של המערכת?

ב. מהי המסה המקסימלית שתאפשר תנודות זו?



5) מטוטלת בשדה מגנטי

מטוטלת מתמיטית שאורכה L , מסתה m ומטענה q נתונה בשדה מגנטי אופקי B היוצא מהדף. השדה המגנטי יוצר כוח מגנטי על המטוטלת כאשר היא בתנועה לפי הנוסחה: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$.

- מצא את הכוחות הפועלים על המטוטלת במהלך התנועה כתלות בזווית θ ובמהירות v .
- מסיטים את המטוטלת זווית קטנה θ_0 ומשחררים במנוחה. מצא את משוואת התנועה של המטוטלת ומשם את מיקום המטוטלת כתלות בזמן עברו זווית קטנות.
- מהי הਮתייחות בחוט כתלות בזמן.
- מהי הਮתייחות המקסימלית בחוט ובאיזה זווית ומהירות מצב זה מתרחש?

תשובות סופיות:

$$\text{דיסקה 2 : ראה סרטוון.} \quad \text{דיסקה 1 : } -\left(\frac{A}{B}\right) \cdot (\theta - (0)) = \ddot{\theta} \quad \text{(1)}$$

$$-\frac{(2m+M) \cdot gb}{I} \theta = \ddot{\theta} \quad \text{(2)}$$

$$v_x = \dot{\theta}a \cos \theta, v_y = \dot{\theta}a \sin \theta \quad \text{א.ג.} \quad \text{(3)}$$

$$v_{I_x} = \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a \dot{\theta} \cos \theta, v_{I_y} = \dot{\theta} a \sin \theta \quad \text{ב.ג.}$$

$$E = \frac{1}{2} m_1 \left(\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \right)^{-2} a^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta + \dot{\theta}^2 a^2 \sin^2 \theta - m_1 g a \cos \theta \quad \text{ג.}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\frac{ga^2}{2}}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a^2}} \quad \text{ה.ג.} \quad E = \frac{1}{2} m_1 \left(\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a^2 \dot{\theta}^2 + \frac{ga}{2} \theta^2 \right) - m_1 g a \frac{1}{2} \quad \text{ט}$$

$$m < \frac{lk}{gv} \quad \text{ב.ג.} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{g}{l}} > 0 \quad \text{א.ג.} \quad \text{(4)}$$

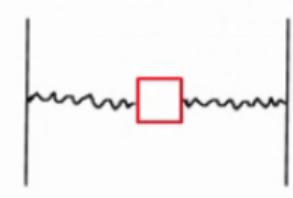
$$\theta(t) = \theta_0 \cos \left(\sqrt{\frac{g}{L}} t \right) \quad \text{ב.ג.} \quad \text{כיוון החוצה מהמעגל.} \quad \vec{F} = qvB \quad \text{א.ג.} \quad \text{(5)}$$

$$\theta_0 \ll \frac{2qB}{m} \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{עבור} \quad T(t) = -qB \sqrt{gL} \theta_0 \sin \left(\sqrt{\frac{g}{L}} t \right) + mg \quad \text{ג.}$$

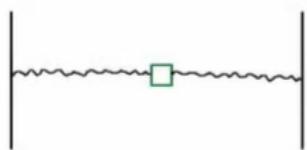
$$T_{\max} = mg + qB \sqrt{gL} \theta_0 \quad \text{ט}$$

תרגילים למתקדמים:

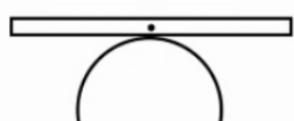
שאלות:



- 1) מסה בין שני קפיצים עם אורך זניח**
בין שני קירות במרחק L נמצאת מסה m המחברת לקירות בקפיצים בעלי מקדם k ואורך רפי זניח.
א. מצא את תדריות התנודות הקטנות בציר ה- x .
ב. מצא את תדריות התנודות הקטנות בציר ה- y .



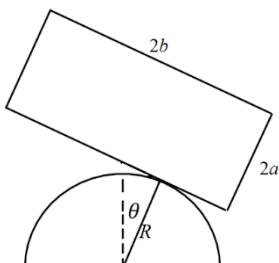
- 2) מסה בין שני קפיצים** (אורך רפי לא זניח)**
בין שני קירות במרחק L נמצאת מסה m המחברת לקירות בקפיצים בעלי מקדם k ואורך רפי l_0 .
מצא את תדריות התנודות הקטנות בציר ה- y .



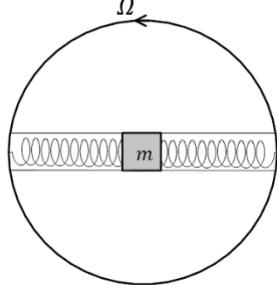
- 3) מוט על חצי כדור****
מוט בעל אורך l ומסה m מונח על כדור בעל רדיוס R .
א. מצא את תדריות התנודות הקטנות של המוט.
ב. מצא את גובה מרכז המסה של המוט כפונקציה של זווית ההטייה.



- 4) עכיביש בשוויי משקל יציב***
מוט בעל מסה M ואורך l מחובר ברבע מגובהו לציר. מתחתיית המוט עכיביש בעל מסה m מטפס כלפי מעלה. מצא את תדריות המערכת כפונקציה של מיקום העכיביש וממצא את משקל העכיביש המקסימלי שישאיר את המערכת בשוויי משקל יציב.

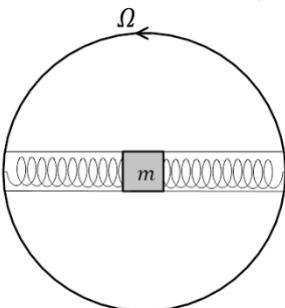


- 5) תיבה על כיפה חצי כדורית****
תיבה שטסה M מונחת על כיפה גלילית חצי עגולה ברדיוס R . גודל התיבה הוא $2a \times 2b$.
מניחים את התיבה על ראש הכיפה כך שמרכזה בדיקוק מעל מרכז הכיפה. לאחר מכן מטים את התיבה מעט הצידה כך שהיא מתגלגת ללא החלקה על הכיפה.
מצא את תדריות התנודות הקטנות של התיבה על ראש הכיפה מה התנאי שהיו תנודות?



**6) מסה בתוך חישוק מסתובב
(כולל קוריואלייס וקורודיניות פולריות)**

גוף שמסתו m נמצא במרכז תעלת הנמצאת לאורך קוטרו של חישוק. המערכת מונחת על השולחן כך שכוח הכבידת לתוכה הגוף. הגוף מחובר לשני קבועים זהים אחד מכל צד המוצויים במצב הרפיי כאשר הגוף במרכז החישוק. קבוע הקבועים הוא a . מסובבים את החישוק ב מהירות זוויתית Ω ומרחיקים את המסה מעט מהמרכז. רשום משווה כוחות במערכת החישוק, מה התנאי לתנועה הרמוניית ומהי תדריות התנועה אם התנאי מתקיים? (מומלץ לפתור גם באמצעות ק. פולריות).



7) מסה בתוך חישוק מסתובב עם חיכוך

(כולל קוורדייניות פולריות, קוריואלייס, ותנועה מרוסנת)

גוף שמסתו m נמצא במרכז תעלת הנמצאת לאורך קוטרו של חישוק. המערכת מונחת על השולחן כך שכוח הכבידת לתוכה הגוף. הגוף מחובר לשני קבועים זהים אחד מכל צד המוצויים במצב הרפיי כאשר הגוף במרכז החישוק. קבוע הקבועים הוא a . מסובבים את החישוק ב מהירות זוויתית Ω ומשחררים את המסה ממנוחה במרקח d מהמרכז. בין המסה והדופן של התעלה קיים חיכוך (אין חיכוך עם הבסיס). מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם: μ_k , μ_s .

א. רשום משווה כוחות במערכת החישוק, מהם התנאים לתנועה הרמוניית?

האם צריך את מקדם החיכוך הסטטי?

ב. מצא את המיקום כתלות בזמן בהנחת התנאים של סעיף א',

מהו מקדם האיכות של המערכת?

(מומלץ לפתור גם באמצעות ק. פולריות).

תשובות סופיות:

$$\omega_y = \sqrt{\frac{2k}{m}} . \text{ב} \quad \omega_x = \sqrt{\frac{2k}{m}} . \text{א} \quad (1)$$

$$-\left(2k \frac{L \cdot l_0}{L}\right)y = \ddot{y} \quad (2)$$

$$y_{c.m} = R \left(1 + \frac{\theta^2}{2}\right) . \text{ב} \quad \omega = \sqrt{\frac{12gR}{l^2}} . \text{א} \quad (3)$$

$$- \left(m'g \frac{C}{I}\right)\theta = \ddot{\theta} \quad (4)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g(R-a)}{\frac{1}{3}(a^2+b^2)+a^2}} \quad (5)$$

$$(-2k - \Omega^2 m)x = m\ddot{x}, \quad 2k - \Omega^2 m > 0, \quad \omega = \sqrt{\frac{2k - m\Omega^2}{m}} \quad (6)$$

$$-2kx + m\Omega^2 x - 2\mu_k m\Omega \dot{x} = m\ddot{x}, \quad \Omega^2 \left(1 + \mu_k^2\right) < \frac{2k}{m} . \text{א} \quad (7)$$

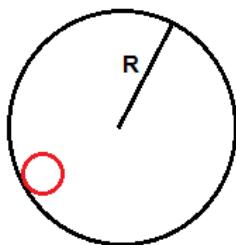
$$Q = \frac{\omega_0}{\Gamma} = \frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}}{2\mu_k \Omega}, \quad x(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left(d \cos(\tilde{\omega}t) - \frac{d\sqrt{1 - \omega_0^2}}{\tilde{\omega}} \sin(\tilde{\omega}t) \right) . \text{ב}$$

תרגילים לבקשת סטודנטים:

שאלות:

1) כדור מתגלגל בциינור.

דיסקה בעלת רדיוס r מתגלגלת בתוך צינור מקובע לרצפה בעל רדיוס R . מותר להשתמש בקירות זוויתות קטנות ומותר להזניח את הרדיוס הקטן ביחד גדול.



א. מה תהיה תזרירות התנודות הקטנות של הדיסקה, בהנחה שאין חיכוך?

ב. מה תהיה התשובה לסעיף א' אם יוסיפו חיכוך עם הרצפה והגלגול יהיה ללא חילקה?

ג. מה תהיה התזרירות עם בנוסף לחיכוך עם הרצפה יתווסף כוח חיכוך: $F = -bv$?



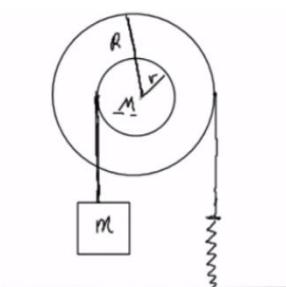
2) קופץ נמתק להתררכות מקסימלית

קליע בעל מסה זניחה נע במהירות לא ידועה לעבר מסה m_2 שמחוברת למסה m_1 דרך קופץ בעל מקדם אלסטי k .

המסה m_1 ניצבת בצדוד לקיר כמתואר בשרטוט. א. לאחר פגיעה הקליע הקופץ מתכווץ במצב המקסימלי ומאביד d מאורכו.

מהי מהירות מרכזו המסה מייד לאחר שהמערכת מתנתקת מהקיר?

ב. על מערכת בעלת נתוני זהים ואורך קופץ d מופעל כוח קבוע F לאירוע המסמן בציור. מה ההתררכות המקסימלית של הקופץ?



3) דיסקה כפולה מסה וקופץ

נתונה דיסקה ממושمرת במרכזה לקיר (כלומר הדיסקה יכולה להסתובב אך לא לנוע מעלה ומטה).

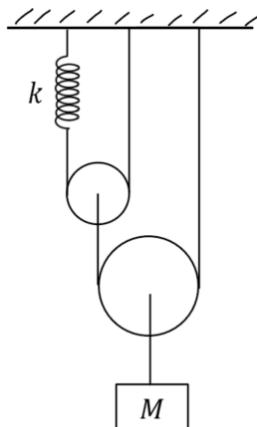
הדיסקה בניה משתי דיסקות מודבקות בעלות רדיוס r לדיסקה הקטנה ו- R לדיסקה הגדולה.

סביב הדיסקות מלופפים חוטים כמתואר בשרטוט. עוד נתון כי אין חילקה לחוטים.

א. מצא את תזרירות התנודות.

ב. מהי האנרגיה הכוללת של המערכת?

(4) הרמוניית עם גזירה של חוט ורק למי שמכיר את הנושא של תאוצות לא שווות) במערכת הבאה הגלגלות והקפיים אידיאליים.



- קבוע הקפיים הוא: $M = 4\text{kg}$ $k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ומהסנה:
- מצאו את התארכויות הקפיים במצב שיווי המשקל.
 - מה ההעתק של המשקולת במצב שיווי המשקל (ביחס למצבה כשהקפיים רפוי).
 - מהי תדריות התנודות של המערכת?
 - מונחים את המשקולת מטה 20cm מנקודת שיווי המשקל ומשחררים ממנוחה. רשמו ביטוי למקום של המשקולת כתלות בזמן.

תשובות סופיות:

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2} \quad \text{ג.} \quad \omega = \sqrt{\frac{2g}{3R}} \quad \text{ב.} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\Delta = \frac{F}{2k + k \frac{m_2 - m_1}{m_1}} \quad \text{ב.} \quad v_{c.m.} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m_2}} d}{m_1 + m_2} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$E_{\text{total}} = \frac{1}{2} kx^2 - mgx + \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} mx^2 \quad \text{ב.} \quad \omega = \sqrt{\frac{kR}{\frac{1}{2}MR + \frac{r^2}{R}}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$3.54 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad 0.05\text{m} \quad \text{ב.} \quad 0.2\text{m} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\text{ד. } x(t) = 0.2 \cos(3.54t) \text{ מישורי משקל.}$$

פיזיקה 1 מ

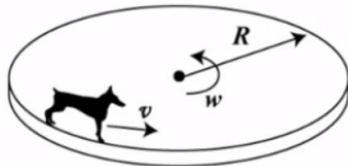
פרק 18 - תרגילים ברמת מבחן -

תוכן העניינים

221	1. שאלות הבנה קצרות
224	2. תרגילים ברמת מבחן

שאלות הבנה קצרות:

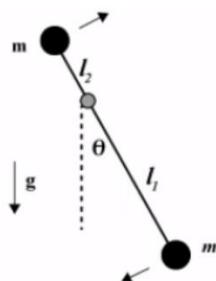
שאלות:



1) עזית הכלבה הצחנית

عزית הכלבה הצחנית רצה ב מהירות v .
כעת עזית מונחת על דיסקה ב מהירות ω
בעלת רדיוס R .

מהו מוקדם החיכון המינימלי ש צריך להיות בין עזית לדיסקה על מנת למנוע את החלקה של עזית?



2) זמן מחזור למוטולת של שתי מסות

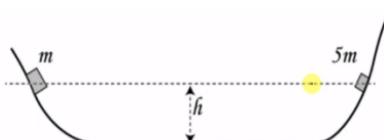
מוטולת בנויה משתי מסות וציר כמתואר בשרטוט.
מצאו את זמן המחזור של המוטולת.

$$\text{נתון: } 2\pi = \omega T, \quad \omega^2 = \frac{mg}{I}$$

3) שחין ממהר להגעה לנهر

שחין מנסה לשחות בין שתי גאות הנהר.
השחין שוחה ב מהירות v (ביחס למים כמובן)
והנהר זורם ב מהירות Z .

לאיזה כיוון השחין צריך לשחות, על מנת לשמור על כוחותיו
ולהגיע ב מהירות מרבית מגדרת הנהר?



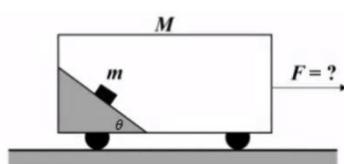
4) שני בולים מתגלשים ומתנגשים

שני הבולים שברטוט נעזבים בו זמנית
ומתנגשים התנגשות אלסטית.

א. חשב מה יהיה שיא הגובה של הבולים אם

נתון כי מסת הבול הימני גדולה פי 5 מסת הבול השמאלי.

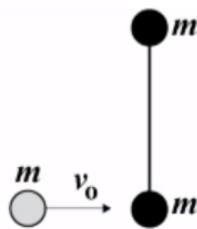
ב. חזר על החישוב במקרה של התנגשות פלטיסטית.



5) מסה נייחת בכוכב מדומה

קרוון בעל מסה M נمشך ב מהירות F .
בתוך הקרוון קיימים מדרונות חלק חסר מסה ועליו
מונחת מסה m .

מצאו את הכוח F , אם נתון כי המסה m נייחת ביחס למדרונות.



- 6) **תנע זוויתי אלסטי ופלסטי**
 שלושה כדורים מונחים על גבי שולחן חלק כמתואר בשרטוט.
 שני גופים מחוברים ביניהם במוות חסר מסה באורך d ,
 והמסה השלישית נעה במהירות נתונה אל עבר שני הגוףים,
 ומתנגשת בתנשאות אלסטיות.
 מה תהיה מהירות הcador הפגע לאחר ההتانשות?
 כיצד הייתה משתנה תשובה אם היה מדובר בתנשאות פלסטיות?

- 7) **נחש יוצא מכד**
 בתוך כד, נח לו נחש בעל מסה M ואורך L .
 ברגע $t_0 = 0$, הנחש מעוניין לצאת מהcad, ומתחילה לעלות במהירות קבועה v .
 מהו הכוח הנורמלי שיופעל על הנחש ברגע t_0 ?

- 8) **פרה ודייסקה במהירות קבועה**
 על משטח המסתובב במהירות קבועה ω , עומדת פרה בעלת מסה M .
 הפרה מעוניינת להגיע לדשא הנמצא בצד הסיבוב של המשטח.
 ידוע כי הפרה נמצאת במרחק R מציר הסיבוב.
 א. מהי העבודה שביצעה המשטח על הפרה בדרך לציר הסיבוב?
 ב. מהי עבודה קוריוליס על הפרה בדרך לציר הסיבוב?

תשובות סופיות:

$$\mu = 1 \quad (1)$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{l_1 - l_2}{l_1^2 + l_2^2}}} \quad (2)$$

(3) השחין צריך לשחות לכיוון הגדה השנייה.

(4) ראה סרטון.

$$\tilde{F} = (M+m) \cdot a \quad (5)$$

(6) ראה סרטון.

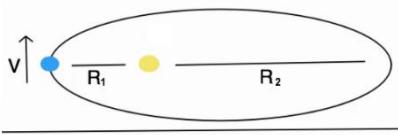
$$N = Mg + \frac{M}{L} V^2 \quad (7)$$

$$W = \frac{1}{2} m \omega^2 R^2 \quad \text{א. ב. ראה סרטון.} \quad (8)$$

תרגילים ברמת מבחן:

שאלות:

(1) ארץ סובב שמש



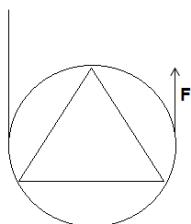
כדור הארץ סובב סביב המשמש בהקפה אליפטית. נתונים המרחקים בשיא האליפסה (המרחק הקצר ביותר והארוך ביותר).

נתונה גם מהירות כדור הארץ בנקודה הקרובה ביותר.

- מצא את מהירות כדור הארץ בנקודה הרחוקה ביותר.
- רשות את משווהת שימוש האנרגיה לשתי נקודות אלה.
- מצא את מסת השמש, אם נקבע קבוע הגרביטציה G .

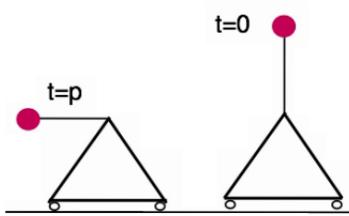
(2) חישוק ומשולש בתוכו

נתון גוף הבנוי מחישוק ברדיוס R בעל מסה M , ובתוכו משולש שווה צלעות שאורך כל צלע $3R$ ומסתו m . עובי החלקים בגוף זניח וצפיפותם אחידה.



- מהו מומנט ההתמד של הגוף?
- מהו כוח F במצב של שוויי המשקל?
- בזמן $t=0$ מתחילה לפעול הכוח F , כך ש- $F = (m+M)3g$. הטענה מתגלגת מעלה ללא החלטה.
- מצאו את התאוצה הזוויתית של הטענה.
- מהי האנרגיה הקינטית של הגוף כפונקציה של הזמן?

(3) מסה נופלת על משולש



נתון משולש שווה צלעות בעל מסה M (צפיפותו אחידה) ועליו מוט חסר מסה ובסומו מסה m . גודל כל האורךים בشرطוט הוא L . המשולש מחובר בסיסו לשני גלגלים קטנים כך שהוא חופשי לנutation לצדדים. המסה מתחילה ליפול ממנוחה כך שהרגע $t=0$ היא נמצאת מאוזנת לקרקע.

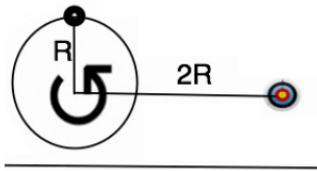
שלושת הסעיפים מתיחסים לרגע זה.

- מצא את מרכז המסה של העגלה.
- מצא את מהירות המסה m .
- מצא את הנורמלים שפעילים שני הגלגלים על העגלה.

4) מתנויה מעגלית לפגיעה במטרה (מבט מלמעלה)

חוט מסובב מסה ממנוחה עם תאוצה זוויתית.
המתיחות המקסימלית בחוט היא k ומעבר למתחות זו החוט נקרע.

א. מה צריכה להיות התאוצה על מנת שהמסה תפגע במטרה?



ב. מה תהיה מהירות הפגיעה?

התיחס לנתונים כפי שופיעים בשרטוט.

הشرطוט מתאר את רגע תחילת התרגיל.

על המסה להשתחרר לפני שהיא מסיימת הקפה
אתה של המעגל.

5) תנועה תחת פי

גוף נקודתי בעל מסה m נעה במסלול ציקלואידי המצוואר

$$\text{ע"י: } y = \alpha(1 - \cos \theta), \quad x = \alpha(\theta - \sin \theta).$$

כאשר α קבוע ו- θ הינו משתנה של הבעייה.

הגוף מתחילה את תנועתו ממנוחה מנק' $(0,0)$,
נע בשדה גראביטצייה g כמפורט בשרטוט.

נקודת החוט לאנרגיה הפוטנציאלית תהיה בתחלת המסלול (בנקודה בה: $\alpha = 2\theta$).

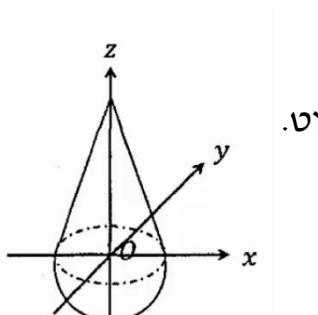
א. מהי מהירותו של הגוף בתחלת המסלול?

ב. כתבו את המשוואת התנועה עבור הגוף θ לאורך המסלול.
יש לבטא את המשוואת התנועה וקבועי השאלה (α , g).

ג. פטור את המשוואת התנועה של סעיף ב' על פי תנאי ההתחלה
עבור: $y(t), x(t), \theta(t)$.

ד. הראו שהגוף יבצע תנועה מחזורית עם זמן מחזור המתאים למוטטלת
מתמטית בעלת אורך 1.

מהו 1 המתאים לבועיה הניל?

**6) נחום תקום, מבחן ת"א**

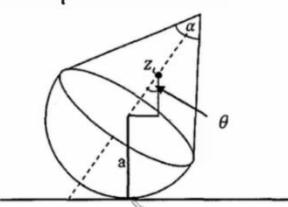
גוף מורכב מחרוט באליזה מפתח α , בסיס הרדיוס a
וגובה a היושב על חצי כדור בעל רדיוס דומה כמו המוצג בשרטוט.
לחצי חרוט ולכדור צפיפות מסה אחידה וזזה c .

א. חשב את מרכזו המסה של החרוט ביחס לראשית 0
הנמצאת על משטח החיבור בין הגוף.
(ראה ציור עם הגדרות ראשית הצירים).

ב. חשב את מרכזו המסה של כל המערכת בהינתן מרכזו

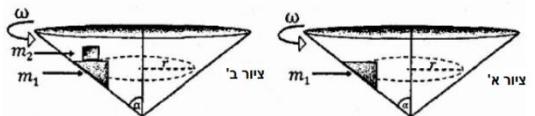
$$\text{המסה של חצי כדור: } Z_{c.m} = \frac{-3a}{8}.$$

ג. מטילים את הגוף הניל בזווית θ ביחס לאנד.
מהי האנרגיה הפוטנציאלית כתלות בזווית זו?



ד. מצאו תחת אילו תנאים (נתונים גיאומטריים a , h , α) המערכת תהיה ב:

- i. שיווי משקל אדיש ($E_p = \text{const}$)
- ii. שיווי משקל יציב המאפשר תנודות קטנות.
- iii. שיווי משקל לא יציב.



7) מסות על חרוט, מבחון ת"א

מסה m_1 נמצאת בתווך קונוס, בעל זווית

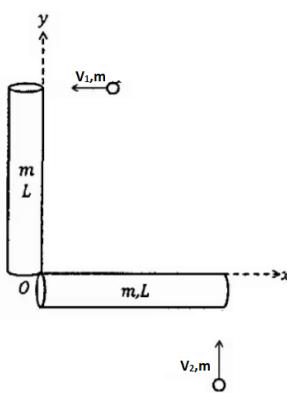
מרכזית α , המסתובבת במהירות קבועה ω .

המסה מחוברת במסילה לקונוס, הגרמת לה להסתובב יחד אליו במהירות קבועה.

בנוסף המסה יכולה לנוע מעלה ומטה על הדופן של הקונוס ללא חיכוך.

- א. מהו רדיוס הסיבוב r שבו m_1 תהיה בשיווי משקל, ככלור המסה המשטובבת לא תנוע מעלה או מטה על גבי דופן הקונוס?
(כמפורט בشرط א').

- ב. כתע מניחים על גבי מסה m_1 מסה נוספת, m_2 (כמפורט בشرط ב').
- מקדם החיכוך הסטטי בין המסות הוא μ . מהירות הסיבוב של מסה m_1 אינה משתנה כתוצאה מהוספת המסה m_2 למערכת, ובנוסף המסה החדשה אינה מחליקה על גבי מסה m_1 .
- האם רדיוס התנועה, שבו נמצאת המערכת בשיווי משקל, ישנה? הסבר.
- ג. מהו ערכו המינימלי של מקדם החיכוך הסטטי μ שימנע חילוקה בין המסות?
הנח כי החלק העליון של m_1 הוא אופקי.



8) כזרים פוגעים במוטות, מבחון ת"א

שני מוטות דקים וארוכים במנוחה, בעלי מסה m

ואורך L כל אחד מחוברים בזווית ישירה בנק' O,

ראשית הצירם, כמפורט בشرط.

שתי המסות m נעות בניצוב למוטות ומתנגשות בקצת

המוטות במהירות: $\vec{v}_1 = -v_0 \hat{x}$, $\vec{v}_2 = -v_0 \hat{y}$.

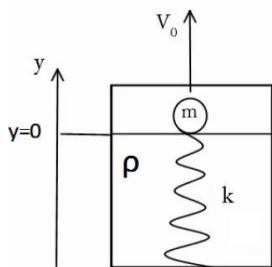
נתון כי בזמן $t=0$ המסות נצמודות למוטות בבהת אחת.

- א. מצאו את וקטור המיקום של מרכז המסה ($\vec{r}_{c.m}(t)$ עבור $t=0$).

- ב. מצאו את וקטור המיקום של מרכז המסה ($\vec{r}_{c.m}(t)$ עבור $t>0$, ביחס למרכז המסה בזמן $t=0$ (ברגע הצמדות המסות למוטות):

$$\vec{r}_{c.m}(t>0) - \vec{r}_{c.m}(t=0) = ?$$

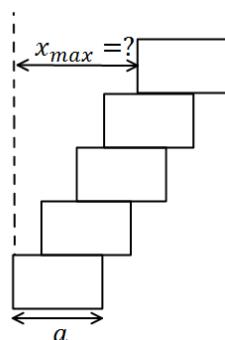
- ג. מהי מהירות הזוויתית (ω) של המערכת בתנועה הסיבובית ביחס למרכז המסה שוחוש בסעיף ב' ($\vec{r}_{c.m}(t)$)?
- ד. מצאו את וקטור המיקום (\vec{r}) של הנקודה O, ביחס למיקומה בזמן $t=0$.



9) מצוף בתנועה הרמוניית, מבחן ת"א

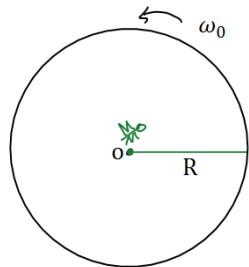
נתונים מסה כדורית קטנה m שרדiosa R וקפיץ ארכוי אידיאלי וחסר מסה, בעל קבוע קפיץ k . הקפיץ ממוקם בתחום נוזל צמיגי צפיפות ρ וצמיגותו η . המצב הרפואי של הקפיץ הוא כאשר הוא בגובה פני הנוזל, כמתואר בשרטוט. זכרו כי ערכי כוח העילי וכח סטוקס הם: $\rho V g$ (כאשר V הוא נפח הגוף) ו- $\eta V g \pi R^2 / 4$, בהתאם.

- א. כאשר המסה ממוקמת על שפת הנוזל, כמתואר בשרטוט, מעוניינים לה מהירות התחלתית v_0 כלפי מעלה, מה יהיה הגובה המקסימלי אליו הגיע המסה?
- ב. מהי משווהת התנועה של המסה, כאשר היא נעה בתחום הנוזל? הניחו כי מרגע נגיעה המסה לפני הנוזל כשהגוף נכנס במלואו לנוזל (יש להעתים משלבי כניסה הגוף לנוזל). כמו כן יש להניח כי לפני הנוזל לא השתנו בשל כניסה הגוף לנוזל.رمز: לפישוט המשוואה, יש לבצע החלפת משתנים.
- ג. בהנחה ריסון חלש, מהו הפתרון הכללי של משווהת התנועה בתחום הנוזל? מהם תנאי ההתחלה של התנועה? את התשובות הסופיות יש להציג במונחי המשתנה בו השתמשTEM. רמז: בפתרון המד"ר יש להעזר בדף הנוסחים הנתון.
- ד. בעבר כמה זמן, מרגע כניסה הגוף למים, תחזור המסה לפני המים (ה מצב המתואר בתחילת סעיף ב')?



10) מגדל קוביית

דני מנשה לבנות מגדל מ-5 קובייות זהות בעלות פאה באורך a . מהו המרחק המקסימאלי הנitin להניח את הקובייה העליונה ביותר כך שהמגדל לא ייפול? (מדוד את המרחק בין הצלע השמאלית של הקובייה הראשונה לצלע השמאלית של הקובייה העליונה). רמז: התחל את החישוב מהקובייה העליונה.

11) זובב על דיסקה

דיסקה עגולה שטוחה שمسתה M ורדiosa R מסתובבת ב מהירות זוויתית התחלטית ω_0 סביב מרכזה הנמצא במנוחה על גבי שולחן חסר חיכוך (הדיסקה אינה מחוברת לשולחן!). מתחת למרכז הדיסקה, על השולחן מצוירת נקודה ירוקה (להלן הנקודה O). במרכז הדיסקה ישן זובב נקודתי ירוק שמסתו m . על הדיסקה קו רדייאלי ירוק.

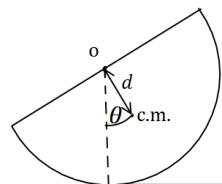
- ברגע $t = 0$ מתעורר הזובב והוא מתחילה לכלת על גבי הקו הרדייאלי. מצאו את מיקום הנקודה O (על השולחן) ביחס לזובב כפונקציה של המרחק h בין הזובב למרכז הדיסקה.
- הניחו כי הזובב נמצא בראשית, ציר x שלו מכון בכיוון מרכזו הדיסקה וציר y מאונך לו במישור הדיסקה.
- מצאו את המהירות הזוויתית של הדיסקה כאשר הזובב מגיע לשפתה.
- בדקו את תשובתכם לטעיף ב' עבור $M << m$ ו- $M >> m$.
- אם הזובב נע ב מהירות קבועה v_0 ביחס לדיסקה, מהו כוח החיכוך בין הזובב לדיסקה רגע לפני שהזובב הגיע לשפט הדיסקה?

12) חצי כדור בתנועה הרמוניית

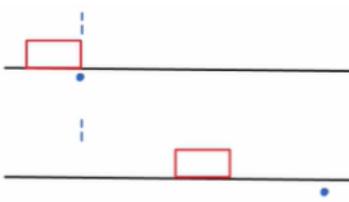
חצי כדור ברדיוס R ומסה M מונח על משטח. מסיטים את החצי כדור בזווית קטנה מיצב שיוי המשקל ומשחררים ממנוחה.

מצוא את תדריות התנודות הקטנות אם הcador מתגלגל

$$\text{לא החלקה (מרכז המסה של חצי כדור נמצא במרקם: } d = \frac{3}{8}R \text{ ממרכז הcador המלא).}$$

**13) אנרגיה אבודה בהחלקה**

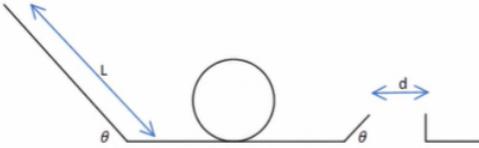
על מסוע בעל מקדם חיכוך קינטי נתון מונחת מסה m . כוח חיצוני מושך את המסוע ב מהירות קבועה a . נתון כי המסעה הונחה בזמן $t = 0$ במנוחה.



- מהו הכוח המופעל על המסוע?
- מהי תאוצת המסעה?
- כמה זמן תמשך ההחלקה?
- מהו המרחק אותו עבר המסוע בזמן זה?
- מהו המרחק אותו עברה המסעה בזמן זה?
- כמה עבודה השקיע הכוח החיצוני?
- כמה עבודה השקיע כוח החיכוך?
- כמה אנרגיה עבדה לחום?

14) גולש על סקייטבורד

גולש על סקייטבורד נכנס למסלול כמתואר בشرطוט.
רדיסוס המעגל R , גובהה האנכי של המקפיצה גם
בן R ואורך הקפיצה הוא d .



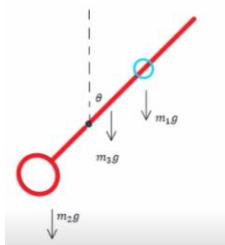
א. מהו הגובה המינימלי של L על מנת
שהפעולן ישלים סיוב במעגל?

- ב. מהו הגובה המינימלי של L על מנת שהגולש יחצה בשלום את המקפיצה?
כעת נתון כי הגולש יכול לקפוץ מהסקייטבורד בעודו באוויר במהירות אופקית
של v יחסית לסקייטבורד, בהנחה שהוא מתחילה מהגובה שמצאו בסעיף א'.
ג. כמה זמן לאחר הקפיצה הגולש צריך להתחילה את הקפיצה על מנת להגיע
בדוק לכתה התעללה?
ד. מהו המרחק המקסימלי אותו הגולש יחצה בשלום?

15) מטרונים

מצא את תדריות המטרונים שבشرطוט המשתנה על פי
מקום המסעה הנעה על גביו.

נתון כי ציר המטרונים נמצא רביע אורך מעלה קצחו התחתון.

**16) התנגשות במשולש על רצפה**

מסה m נזרקת ב מהירות אופקית v_0 מראש מגדל.

אחרי שעברה גובה h מנקודת הזריקה, המסעה

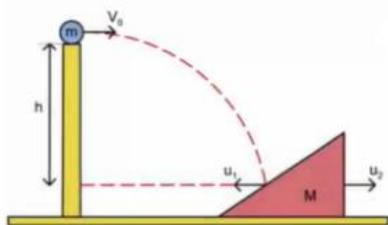
מתנגשת בגוף משולש שנמצא במנוחה ומסתו M .

נתון כי ההתנגשות בין שתי המסעות לא אלסטית

ובמהלך ההתנגשות אובדת שליש מהאנרגיה הקינטית.

נתון גם כי לאחר ההתנגשות המסעה m נעה ב מהירות

אופקית שמאליה v_1 והגוף M נעה ב מהירות אופקית ימינה v_2 .



- א. מצא את מהירות הפגיעה של המסעה m בגוף M , יש למצא גודל ורכיבים בשני הזרים.

- ב. מצא את גודל המהירות של המסעות לאחר ההתנגשות (v_1 , v_2).
ידעו כי זמן ההתנגשות הוא Δt .

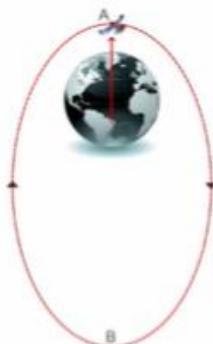
- ג. מצא את הגודל של הכוח הנורמלי המוצע שפעילה הקrukע במהלך ההתנגשות.

17) לוין יורה זנב בכיוון התנועה

לוין שמסתו M נע במסלול אליפטי סביב כדור הארץ כך שמרחקו המינימלי ממרכזו של כדור הארץ הוא R_A ומרחקו המקסימלי הוא R_B .
הלוין נע בכיוון השעון (ניתן לראות בשרטוט המצורף).

כאשר הלוין נמצא נקודה A הלוין מתפרק לשניים
ויורה את זנבו בכיוון משיק למסלולו.
מסת הזנב הנורה היא m .

לאחר הירי החלק שנותר מהלוין נכנס למסלול מעגלי סביב כדור הארץ.
 M - מסת כדור הארץ.
 R_E - רדיוס כדור הארץ.



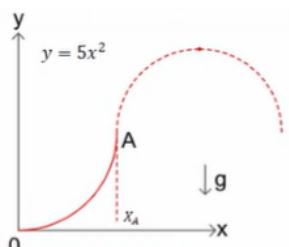
$$U_g = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- הביעו את מהירות הלוין בנקודה A לפני הירי.
- הביעו את מהירות שאירת הלוין (החלק ללא הזנב) לאחר הירי.
- אם הלוין יורה את זנבו ימינה או שמאליה, לאורך המשיק למסלול בנקודה A? נמקו!
- הביעו את מהירות זנב החללית מיד לאחר הירי.

18) עבודה לאורך דרכם במסילה

חרוז בעל מסה m מושחל על מסילה חלקה.
המסילה נמצאת במישור XY.
כוח הכבוד פועל בכיוון השילילי.
צורת המסילה מתוארת בסרטוט.

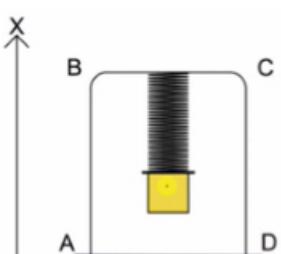


- מהי מהירות ההתחלתית המינימלית שיש להעניק לחרוז בראשית הצירים כדי שיוכל להגיע לנקודה A?
- נותנים לחרוז מהירות ההתחלתית v_0 . מהו שיא הגובה שאליו יוכל הגיעו אם נתנו כי החרוז עבר את הנקודה A?
- כעת, במקומות כוח הכבוד מופעל על החרוז כוח: $F = (x, e^{x^2})$
והחרוז משוחרר ממנוחה בראשית הצירים.
מה תהיה מהירות החרוז בקצת המסילה?

19) מסה וקפייז בתחום מסגרת

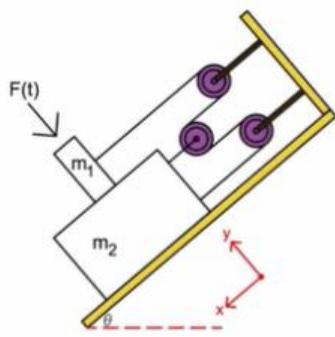
בציור הבא מתואם מתקן ניסוי-מסגרת ABCD ומטוטלת קפייז שמחוברת למסגרת. קבוע הקפייז K ומסת המשקלת m נתונים, מסת הקפייז קטנה מאוד וזניחה.

כל אלו גורמים למסkolת להתנדנד. ידוע כי כשהמשkolת מגיעה לנקודה העליונה אורץ הקפייז ברגע זה הוא המצב הרפוי.



- מצא את האמפליטודה בתנועה של המשkolת?
בטא את תשובתך בפרמטרים (K, m).

- ב. תנועת המשקלות מתוארת לפי הפונקציה הבאה : $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$.
 הכוון של ציר ה- x מוגדר בשרטוט. הפרמטר A מסמן את האמפליטודה.
 רגע תחילת המדידה הוא $t=0$. ידוע שבתחלת המדידה המשקלות נמצאת
 בנקודה $A = x$ ונהה כלפי מטה.
 מצא את הפאזה φ_0 כביטוי של הפונקציה $x(t)$? בטא את תשובתך ברדייאנים.
- ג. המישור התיכון מפעיל כוח נורמלי על מסגרת ABCD בגלל תנודות המשקלות.
 כוח זה הוא לא קבוע אלא משתנה עם הזמן. נתונה מסה m_2 של המסגרת.
 מצא את הגודל המינימלי והמקסימלי של הכוח הנורמלי (N_{\min}, N_{\max}) .
 בטא את תשובתך בפרמטרים (K, m, m_2) .



20) שתי מסות בגלגלת נעה וכוח חיצוני
 שני גופים שמסותם m_1, m_2 מונחים זה על זה על פני
 מדרון משופע בזווית θ .
 ניתן לראות כי מדרון אחד מפעיל כוחות תלוים ומחוברים
 ביניהם בעזרת מערכת גלגלות חסרות מסה.
 בין שני הגוף קיים חיכוך בעוד שבין m_2 למדרון
 אין חיכוך.
 נתון כי מקדם החיכוך הקינטי בין שני הגוף הוא μ_k .

ברגע $t=0$ המערכת משוחררת ממנוחה ומתחליה לנעו כך שהגוף הגדול m_2
 יורץ במדרון (בכוון ציר x החיצוני).

ברגע זה מתחליל גם לפעול על m_1 , כלפי המדרון ובמאונך לו, כוח התליי בזמן :

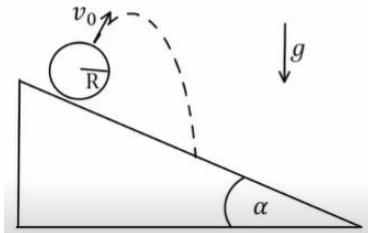
$$F(t) = \frac{mg}{2} (1 + \sin(\omega t)) \quad \text{כאשר } \omega \text{ הוא קבוע חיובי.}$$

יש להניח ש- m_2 מספיק ארוך כדי ש- m_1 לא יפול ממנו.

א. יש намק ולהוכיח כי המערכת הנתונה מתקיים הקשר : $a_1 = -3a_2$.

ב. מצאו את תאוצות הגוף : $(a_1(t), a_2(t))$ כפונקציה של הזמן.
 אין צורך לפתרו את המשוואות.

ג. מצאו את השינוי Δx , שחול במרחב שבין הגוף לאורך המדרון, מרגע
 תחילת התנועה ועד לרגע t כלשהו.
 אין צורך לפתרו את המשוואות.

(21) כדור נזק בשיפוע

כדור ברדיוס $R = 20 \text{ cm}$ העשויה מחומר אחיד ואלסטי נזק

במהירות $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ בנקודת מישור חלק (לא חיכוך),

המשופע בזווית $30^\circ = \alpha$ לאופק.

א. מצא היקן יייפול הכדור על המישור המשופע.

ב. מצא את וקטור המהירות של הכדור מיד לאחר הפגיעה במישור.

cut נתון שבין המשטח לכדור יש חיכוך ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$, נתון כי ההתגשות בנקודת מישור היא עדין אלסטית.

ג. חזר על סעיף ב'.

ד. מהי המהירות הסיבובית של הכדור לאחר הפגיעה?

ה. מהי מהירות נקודת המגע של הכדור עם המישור מיד לאחר הפגיעה?

(22) מסה קשורה למסה ולקפץ אנכי

גוף שמסתו $m_2 = 4 \text{ kg}$ נקשר לגוף נוסף שמסתו $m_1 = 1 \text{ kg}$ בחוט.

הגוף שמסתו m_1 קשור לקפץ אנכי בעל קבוע קפץ $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

המערכת נמצאת בשיווי משקל ובמנוחה.

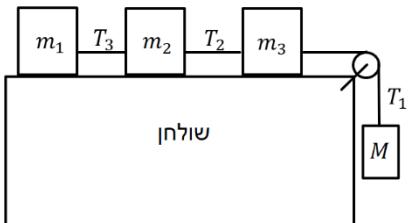
ב- $t=0$ נקרע החוט הקשור בין המסות.

א. מהי מושעת התנדות?

ב. מהו זמן המחוור של התנדות?

ג. מהו הביטוי למקומות כתלות בזמן?

ד. מהי האנרגיה האלסטית האgorה במערכת בנקודת הגובה?

**(23) מסה תלוי גלגלת ושלוש מסות על שולחן**

שלוש מסות: $m_1 = m_2 = m_3 = 15 \text{ kg}$ נמצאות על

שולחן אופקי ומחוברות בחוט דק למסה $M = 20 \text{ kg}$.

החותן עובר דרך גלגלת אחידה בעלת רדיוס $R = 15 \text{ cm}$.

ומומנט התמד $I = 0.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ כמפורט באירור.

החותן אינו מחליק על הגלגלת ואין חיכוך בין המסות m_1, m_2, m_3 לשולחן.

בין המסות m_2 לשולחן ישנו חיכוך ומקדם החיכוך הוא: $\mu_s = 0.23$.

א. מצא את תאוצת המסה M ברגע שמשחררים את המערכת ממנוחה.

ב. מהו יחס המתייחויות $\frac{T_1}{T_3}$ ברגע שמשחררים את המערכת ממנוחה?

ג. כמה זמן ייקח לגלגלת להשלים סיבוב אחד מרגע שחרור המערכת?

תשובות סופיות:

$$\frac{1}{2}mv^2 - G \frac{m \cdot M}{R_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - G \frac{m \cdot M}{R_2} . \text{ב} \quad v_2 = v \frac{R_1}{R_2} . \text{א} \quad (1)$$

$$M = \frac{v^2 \cdot R_1}{2G \cdot R_2} \cdot (R_1 + R_2) . \text{ג}$$

$$a = \alpha R . \text{ד} \quad F = \frac{(m+M)g}{2} . \text{ה} \quad I_{\text{total}} = R^2 \left(M + \frac{1}{2}m \right) . \text{ו} \quad (2)$$

$$E_{k(t)} = \frac{1}{2}ma^2t^2 + \frac{1}{2}I\alpha^2t^2 . \text{ט}$$

$$-v_g = \sqrt{2gl} . \text{ב} \quad x_M = \frac{ml}{M+m} . \text{ו} \quad (3)$$

$$N_2 = \frac{\sqrt{3}Mg - 4mg}{2\sqrt{3}}, N_1 = M \cdot g - \left(\frac{\sqrt{3}Mg - 4mg}{2\sqrt{3}} \right) . \text{ג}$$

$$v_\theta = \sqrt{\frac{PR}{m}} . \text{ב} \quad \frac{6P}{7\pi Rm} . \text{ו} \quad (4)$$

$$l = 4a . \text{ט} \quad \phi = \sqrt{\frac{g}{a}}t + c . \text{ג} \quad \dot{\phi}^2 = \frac{g}{a} . \text{ב} \quad v_F = 2\sqrt{ga} . \text{ו} \quad (5)$$

$$U(\theta) = m_T g Z_{c.m} \cos \theta . \text{ז} \quad Z_{c.m} = \frac{h^2 - 3a^2}{4h + 8a} . \text{ב} \quad Z_{c.m} = \frac{h}{4} . \text{ו} \quad (6)$$

$$h > \sqrt{3} . \text{iii} \quad h < \sqrt{3}a . \text{ii} \quad h = \sqrt{3}a . \text{i} . \text{ט}$$

$$\mu_s \geq \frac{1}{\tan \alpha} . \text{ג} \quad \text{ב. r לא משתנה.} \quad R = \frac{g}{\tan \alpha \cdot \omega^2} . \text{ו} \quad (7)$$

$$\omega = \frac{30}{37} \frac{v_0}{1} . \text{ז} \quad \vec{r}_{c.m} = \frac{v_0 t}{4} (\hat{y} - \hat{x}) . \text{ב} \quad \vec{r}_{c.m} = \frac{3}{8} L(1,1) . \text{ו} \quad (8)$$

$$\vec{r}_0 = \frac{v_0 t}{4} (\hat{y} - \hat{x}) + \frac{3l}{8} \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{30}{37} \frac{v_0}{1} t + \frac{5\pi}{4} \right) \hat{x} + \sin \left(\frac{30}{37} \frac{v_0}{1} t + \frac{5\pi}{4} \right) \hat{y} \right) . \text{ט}$$

$$\ddot{z} + \frac{\lambda}{M} \ddot{z} + \frac{k}{M} z = 0 . \text{ב} \quad h = \Delta x = \frac{-mg + \sqrt{(mg)^2 + kmv_0^2}}{k} . \text{ו} \quad (9)$$

$$, \quad y(t) = Ae^{-\frac{\Gamma}{\alpha}t} \cos(\omega t + \varphi) + y_0, \quad z(t) = Ae^{-\frac{\Gamma}{\alpha}t} \cos \left(\sqrt{\frac{k}{M} - \frac{\lambda^2}{4}} t + \varphi \right) . \text{ג}$$

$$y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = -v_0$$

$$0 = \frac{g(m - \rho V)}{k} \sqrt{1 + \left(\frac{\Gamma}{2\omega} + \frac{kv_0}{\omega g(m - \rho V)} \right)^2} . \quad \text{ט}$$

$$e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \cos \left(\omega t - \tan^{-1} \left(\frac{\Gamma}{2\omega} + \frac{kv_0}{\omega g(m - \rho V)} \right) \right) - \frac{g(m - \rho V)}{k}$$

$$x_{\max} = \frac{25a}{24} \quad \text{(10)}$$

ג. ראה סרטון.

$$\omega_p = \frac{(M+m)^2 \omega_0}{3m^2 + 4mM + M^2} . \quad \text{ב} \quad x_0 = \frac{Mh}{M+m} . \quad \text{א} \quad \text{(11)}$$

$$f_s = -\frac{mM(M+m)^3 \omega_0^2 R}{(3m^2 + 4mM + M^2)^2} \hat{r} + mMv_0 \omega_0 \left(\frac{(M+m)2}{3m^2 + 4mM + M^2} - \frac{4m}{(M+3m)^2} \right) \hat{\theta} . \quad \text{ט}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{15g}{26R}} \quad \text{(12)}$$

$$x = u \cdot \frac{u}{\mu g} . \quad \text{ט} \quad T = \frac{u}{\mu g} . \quad \text{ג} \quad a' = \mu g . \quad \text{ב} \quad F_{\text{ext}} = \mu mg . \quad \text{א} \quad \text{(13)}$$

$$\Delta E = mu^2 - \frac{1}{2}u^2 . \quad \text{ט} \quad W' = \frac{1}{2}mu^2 . \quad \text{ג} \quad W = mu^2 . \quad \text{ב} \quad x' = \frac{1}{2}\mu g \cdot \left(\frac{u}{\mu g} \right)^2 . \quad \text{א}$$

ראה סרטון. (14)

$$\frac{-\left(-m_1g\left(x - \frac{L}{4}\right) + m_2g\frac{L}{4} - m_3g\frac{L}{4}\right)\theta}{I} = \ddot{\theta} \quad \text{(15)}$$

ראה סרטון. (16)

ראה סרטון. (17)

$$mgh + \frac{1}{2}mv_y^2 = mgH . \quad \text{ב} \quad \frac{1}{2}mv_i^2 = mgh . \quad \text{א} \quad \text{(18)}$$

$$\frac{1}{2}x_A^2 + 5 \left(e^{\frac{1}{5}(5x_A^2)} - e \right) = \frac{1}{2}mv_s^2 . \quad \text{ג}$$

$$\varphi_0 = \pi - 1.12 \approx 2 . \quad \text{ב} \quad \Delta = \frac{mg}{K} = A . \quad \text{א} \quad \text{(19)}$$

$$N_{\min} = m_2g , N_{\max} = m_2g + 2m_1g . \quad \text{ג}$$

$$\Delta = \frac{4}{3}x_{l(t)} . \quad \text{ג} \quad \text{ב. ראה סרטון.} \quad \text{א. שאלת הוכחה.} \quad \text{(20)}$$

$$\vec{v} = 23.1 \frac{m}{sec} \hat{x} + 20 \frac{m}{sec} \hat{y} . \quad \text{ב} \quad x(t) \approx 53.3 \frac{m}{sec} . \quad \text{א} \quad \text{(21)}$$

$$v_{Ax} = 2.1 \frac{m}{sec} , v_{Ay} = 20 \frac{m}{sec} . \quad \text{ט} \quad \omega_F = -75 \frac{rad}{sec} . \quad \text{ט} \quad u_x = 17.1 \frac{m}{sec} . \quad \text{ג}$$

$$y(t) = 0.4 \cos(\sqrt{50}t + 0) + 0.2 \quad \text{ג. ב.} \quad T \approx 0.89 \text{sec} \quad A = 0.4 \text{m. נ.} \quad (22)$$

$$U_{el} = 2J \quad \text{ט.}$$

$$t \approx 1 \text{sec. ג.} \quad \frac{T_1}{T_3} \approx 11.63 \quad \text{ב.} \quad a \approx 1.87 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{נ.} \quad (23)$$